

Соболь В.Р., БГПУ, Минск  
Василевский С.А., БГПУ, Минск  
Михалкович О.М., БГПУ, Минск  
Абрамов Л.И., гим. № 20, Минск

## **Моделирование упругого рассеяния шаров при центральном/косом ударе на платформе MathCad и Origin.**

**Введение.** Изложение механики в курсах средней и высшей школы основано на отображении движения физических систем, базирующегося на ряде законов сохранения, которые достаточно легко усвоить используя мысленный и реальный эксперимент повседневной жизни. В частности законы сохранения механической энергии и импульса возможно закрепить рассматривая упругие и неупругие взаимодействия тел в обычном и релятивистском приближениях. В учебниках высшей школы используемые принципы классического описания рассеяния неодинаковых по массе частиц основываются на привлечении понятий лабораторной системы отсчета, связанной с одной из сталкивающихся частиц, системы центра масс, приведенной массы. Существенно, что в таком подходе постулируется взаимодействие без учета конкретных размеров частиц (точечное представление) и связываются возможные углы разлета и величины масс сталкивающихся частиц. Подход по сути тяготеет к абстрактному релятивистскому приближению. Между тем из обыденного опыта известно, что угол отклонения конкретной частицы, тела при рассеянии зависит и от прицельного параметра, отражено и в соотношениях Резерфорда для потока, налетающего на силовой центр. Как известно, в классическом рассмотрении пренебречь размерами допустимо только при центральном ударе, когда все движение осуществляется вдоль единой линии. В иных случаях из практического опыта, например бильярда, угол рассеяния зависит и от масс взаимодействующих тел и от прицельного расстояния [1 – 3].

**Постановка задачи и методология исследования.** В сообщении представлена простая процедура анализа и цифрового закрепления процесса упругого взаимодействия не одинаковых по массе и равновеликих по размерам шаров при боковом ударе, одинаковые размеры применены для сохранения импульса системы в горизонтальной плоскости движения. Представлены доступные для учащихся гимназий, лицеев, студентов рассуждения по описанию динамики и кинетики такого движения на примере бильярдных шаров массы с возможностью экспериментального и численного анализа на известных приложениях типа MathCad и Origin. Сформулированы общие закономерности упругого рассеяния для всего возможного спектра соотношений по массам и прицельному параметру.

**Процедура анализа, результаты, обсуждение.** В работе применены известные классические соотношения по обмену скоростями и импульсами при центральном взаимодействии, которые гимназисты и студенты способны без

труда усвоить на основе законов сохранения энергии и импульса. Указанные соотношения адаптированы к случаю упругого взаимодействия в приближении лабораторной системы отсчета, то есть системы, в которой один из шаров, ударяемый, покоится (классическая схема бильярда), а налетающий шар характеризуется спектрами значений масс и прицельного параметра.

Известные соотношения по обмену скоростями при центральном взаимодействии имеют вид

$$\bar{U}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\bar{v}_1 + 2m_2\bar{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{U}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\bar{v}_2 + 2m_1\bar{v}_1}{m_1 + m_2}$$

Здесь  $m_1$  и  $m_2$  массы первого и второго шаров,  $\bar{v}$  и  $\bar{u}$  с индексом 1, 2 – скорости шаров 1, 2 до и после удара. Для описания соударения разновеликих по массе шаров предлагается использовать закономерности центрального взаимодействия. Условно ударяемый шар (2) покоится в собственной лабораторной системе. Ударяющий шар 1 обменивается компонентой импульса по линии центра, но нормальная к линии центров составляющая импульса остается неизменной. Результирующее движение системы после применения соотношения (1) легко восстановить используя результаты обмена импульсами по линии центров при их неизменности вдоль нормали (рис.1)

Для лабораторной системы шара 2 схема векторов скоростей для шара 1 имеет вид (Рис.1)

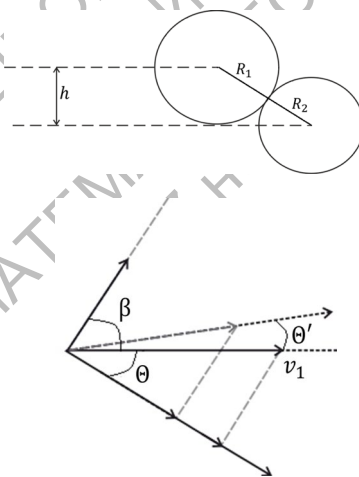
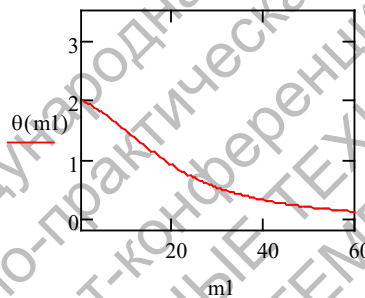


Рис. 1. Схема расположения шаров в момент удара; вектор скорости шара 1 и его проекции на линию центра (до и после удара) и нормаль к линии центра. Угол  $\Theta$  – угол между начальным вектором скорости шара 1 и линией центров,  $\Theta'$  – угол между векторами скорости шара 1 до и после удара.

Следуя схеме, из геометрии следует выражение для угла отклонения первого шара от направления движения

$$\theta' = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{(R_1 + R_2)^2}}}{\frac{h}{R_1 + R_2}} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} - \arcsin \frac{h}{R_1 + R_2}$$

Указанное соотношение универсально, в том числе, отвечает канонам предельного перехода, поскольку, действительно, при минимальных значениях прицельного параметра обозначенный выше угол стремится к нулю, линия движения налетающего шара остается неизменной, равно как и при стремлении прицельного параметра к значению равному сумме радиусов рассматриваемых шаров. Также при равенстве масс взаимодействующих шаров обозначенный угол дополняет угол встречи до девяноста градусов, поскольку по линии центров первый шар останавливается, а второй приобретает всю его скорость. Это легко показывается с помощью теоремы косинусов. На рис.2 для иллюстрации возможностей цифрового моделирования задачи представлена зависимость угла отклонения налетающего шара в функции его массы.



**Рис. 2. Угол рассеяния шара 1 в рад по отношению к исходному движению в функции массы шара 2, прицельное расстояние  $h = 2.5$ ,  $m_2 = 20$ ,  $R_1 = R_2 = 2$**

Таким образом, закон сохранения энергии и импульса в частном приближении центрального взаимодействия тел, может быть адаптирован для описания общей проблемы рассеяния разновеликих по массе шаров при произвольном значении прицельного параметра без привлечения сложных представлений системы центра инерции. Дальнейшее расширение задачи просматривается в переходе от лабораторной системы в систему комнаты, где оба шара движутся и введения неодинаковых размеров шаров, когда горизонтальная составляющая импульса системы частично изымается из рассмотрения движения вдоль поверхности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д. Механика. Электродинамика. / Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. М., 1969 г., 272 стр. с илл.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 559 с. Александров, Н.В.
3. Яковенко В.А. Общая физика : сборник задач : учеб. пособие / В.А. Яковенко [и др.] ; под общ. ред. В.Р.Соболя. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 455 с. : ил.