А.Н. ЛАВРЁНОВ
БГПУ (Минск, Беларусь)

КЛАСС МНОГОМЕРНЫХ ТОЧНО-РЕШАЕМЫХ МОДЕЛЕЙ

Точно-решаемые модели науки составляют её золотой фонд, являясь ступенькой или, точнее, прочным основанием для получения последующих результатов и развития приближенных методов их нахождения. Можно сказать, что они также послужили прекрасным фоном для построения теории специальных функций, а также, в частности, поиску и разработке различных ортогональных полиномов. Достигнув критической массы результатов в таких исследованиях, Аски и Вильсон построили «максимально общие» классические полиномы, предельными переходами из которых получаются все классические полиномы как дискретного, так и непрерывного аргумента: Рака, Хана, Якоби и т. д. [1, 2]. Напомним, что с помощью них точно-решаемые задачи выражают в явном виде свой получаемый результат. Перевести всю теорию таких полиномов на алгебраический язык позволил подход работы [3], в которой автор предложил назвать свою полученную алгебру из 3 операторов вышеупомянутыми именами и определил ее в виде определенного q-обобщение линейной алгебры.

Следующим шагом предполагалось обобщить данный полученный результат на необходимое количество операторов, но подходящей математической конструкции долго не находилось. С другой стороны, постепенно росло осознание искать решение данной проблемы в определенных выражениях операторов прямой суммы исходных алгебр. Оказалось, что промежуточные операторы Казимира позволяют построить желанное обобщение. В частности, в [4] на основе прямой суммы алгебр SU(1,1) получены два вида определенной квадратичной алгебры и многомерной точно-решаемой модели. Другими словами, можно сказать, что в реализации такой многомерной точно-решаемой модели взяты N раз однотипный одномерный гамильтониан с SU(1,1) симметрией.

В данной работе предлагается рассмотреть новый класс многомерных точно-решаемых моделей, которые подчиняется тем же коммутационным соотношениям квадратичной алгебры как в [4], так как он строится тоже на прямой сумме алгебр SU(1,1). Однако, в отличие от предыдущего результата за основу берется уже не одномерный гамильтониан гамильтониан с SU(1,1) симметрией [5].

Аналогичное обобщение нами предлагается выполнить и в q-области или для алгебры $SU_q(1,1)$. Отметим также, что здесь имеется еще один вариант с предлагаемым усложняющим элементом, который пока не был задействован в литературе. В [6] было предложено новое правило сложения нелинейных алгебр $sl_q(2)$, в котором возникают дополнительные параметры сложения. Другими словами, для дискретных точно-решаемых моделей имеет место определенные параметрические зависимости в решениях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Askey, R., Wilson, J. A set of orthogonal polynomials that generalize the Racah coefficients or 6−j symbols // SIAM J. Math. Anal. 1979. V. 10. № 5. P. 1008-1016.

2. Askey, R., Wilson, J. Some basic hypergeometric orthogonal polynomials that generalize Jacobi polynomials // Mem. Amer. Math. Sac. 1985. V. 54. № 319. P. 1-55.

3. Жеданов, А. С. «Скрытая симметрия» полиномов Аски–Вильсона // ТМФ – 1991. – Т. 89, № 2. – С. 190–204.

4. Latini, D., Marquette, I., Zhang, Y.-Z. Embedding of the Racah Algebra R(n) and Superintegrability / D. Latini, I. Marquette, Y.-Z. Zhang. – LANL : Cornell University Library, 2019. – 14 p. – (Preprint / Cornell University ; arXiv:2010.12822 [math-ph]).

5. Granovskii, Ya. I., Zhedanov, A. S. Hidden Symmetry of the Racah and Clebsch-Gordan Problems for the Quantum Algebra $sl_q(2)$ / Ya. I. Granovskii, A. S. Zhedanov. – LANL : Cornell University Library, 2019. – 14 p. – (Preprint / Cornell University ; arXiv:hep-th/9304138).

6. Лаврёнов, А. Н. Скрытая симметрия 16D осциллятора и его 9D кулоновского аналога / А. Н. Лаврёнов, И. А. Лаврёнов // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фiз.- мат. навук. – 2020. – Т. 56, № 2. – С. 206–216. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2020-56-2-206-216