

[Retour à l'applet](#)

Fonctions périodiques et séries de Fourier

On démontre que toute fonction $g(t)$, périodique de période T (de pulsation $\omega = 2\pi/T$ et de fréquence $f = 1/T$) et satisfaisant à certaines conditions de continuité et de dérivabilité, peut se décomposer en une somme de fonctions sinusoidales dite « série de FOURIER » :

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t)$$

$$\text{avec : } a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t).dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t). \cos \omega n t .dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t). \sin \omega n t .dt$$

Quelques exemples utiles :

Fonction créneau symétrique ($T = 2\pi$) :
$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\pi.t}{(2n+1)}$$

Fonction triangulaire symétrique :
$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin(2n+1)\pi.t$$

Rampe :
$$g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\pi.t$$

Sinusoidale de redressée simple alternance :
$$g(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega t}{(2n-1)(2n+1)}$$

Si la fréquence de la fonction $g(t)$ est f_0 , le terme de fréquence f_0 du développement est appelé **fondamental**. Les termes de fréquence $n.f_0$ est l'**harmonique** d'ordre n .

La **vitesse de convergence** de la somme de Fourier en fonction du nombre d'harmoniques est variable selon la fonction étudiée. Pour les systèmes physiques réels, il faut limiter le nombre des harmoniques en fonction de la bande passante du dispositif étudié.

[Retour à l'applet](#)