РАЗДЕЛ II
ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Лекция 10
Постоянный электрический ток

Вопросы. *Движение зарядов в электрическом поле. Электрический ток. Условия возникновения электрического тока. Закон Ома для участка однородной цепи. Сопротивление проводника. Дифференциальная форма закона Ома. Сторонние силы. Электродвижущая сила (ЭДС). Закон Ома для неоднородного участка и для замкнутой цепи. Напряжение на зажимах источника.*

10.1. Постоянный ток. Условия существования тока

На любую заряженную частицу в электрическом поле действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$ (q – заряд частицы, $\vec{E}$ – напряженность поля). Если эта частица свободная, то под действием силы она придет в движение.

Заряженная частица, способная перемещаться под действием сил электрического поля, называется *носителем электрического заряда*.

В разных веществах носителями зарядов могут быть разные частицы. В металлах – это электроны, в электролитах – ионы обоих знаков, в газах – ионы обоих знаков и электроны, в полупроводниках – электроны и дырки. Наконец носителями зарядов могут быть макрочастицы – заряженные пылинки и капли.

Направленное движение зарядов в вакууме, или в веществе называется *электрическим током проводимости*, или просто *электрическим током*. Еще по предложению Бенджамина Франклина (1706–1790) за направление электрического тока принято направление движения положительных зарядов. Это не совсем удобно, так как в самых распространенных проводниках – металлах – носителями зарядов являются электроны. Тем не менее, в свое время Франклин считал, что ток, текущий к пластине конденсатора, передает ей положительный заряд. Теперь мы знаем, что пластина конденсатора приобретает положительный заряд, потому что ее покидают электроны проводимости. Следовательно, электроны проводимости всегда движутся в направлении противоположном направлению тока. Количественной характеристикой электрического тока является физическая величина, называемая *силой тока*. По своему физическому смыслу сила тока – скалярная характеристика тока, равная отношению величины заряда dq, переносимого через сечение проводника за интервал времени dt, к этому интервалу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{10.1}$$

Ток, не изменяющийся со временем, называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \qquad (10.2)$$

В СИ единица измерения силы тока 1 ампер (1 А), и она является основной. Ее определение будет дано в разделе «Электромагнетизм» (Лекция 20). При силе тока в проводнике 1 А через его поперечное сечение за 1 с переносится заряд 1 Кл. Единица названа в честь французского физика Андре Мари Ампера (1775–1836). Электрический ток – это направленное движение как положительных, так и отрицательных зарядов. Если ток в проводнике создается носителями зарядов обоих знаков, при этом за время dt в одном направлении переносится положительный заряд dq^+, а в другом направлении переносится отрицательный заряд dq^-, то сила тока определяется как

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{|dq^-|}{dt}. \qquad (10.3)$$

Сила тока – величина скалярная. Очевидно, что такая характеристика неполная, она не учитывает направление движения заряженных частиц. Кроме этого, электрический ток может быть распределен неравномерно по поверхности, через которую течет. Поэтому для более подробной характеристики тока вводится *вектор плотности электрического тока*. Направление его совпадает с направлением тока, т. е. с направлением движения положительных зарядов и численно он равен силе тока di через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения носителей площадку $dS_\perp$, отнесенную к величине этой площадки:

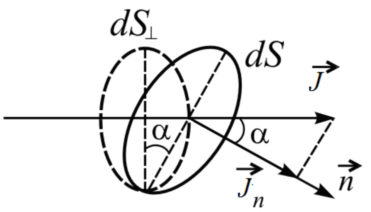

Рис. 10.1

$$j = \frac{di}{dS_\perp}. \qquad (10.4)$$

Если элементарная площадка dS, через которую движутся носители зарядов, расположена так, что нормаль к ней $\vec{n}$ составляет с вектором плотности угол α (рис. 10.1), то

$$dS_\perp = dS\cos\alpha.$$

Тогда

$$j = \frac{di}{dS\cos\alpha},$$

соответственно,

$$di = j\cos\alpha\, dS = j_n\, dS,$$

где j_n – проекция вектора $\vec{j}$ на нормаль к площадке. В таком случае сила тока

$$I = \int_S j_n\, dS. \qquad (10.5).$$

Интегрирование ведется по всей площади сечения проводника S.

Установим связь плотности тока с концентрацией зарядов в проводнике. Для этого рассмотрим объем между двумя сечениями A и B цилиндрического проводника (рис. 10.2):

$$dV = S\,dl\,.$$

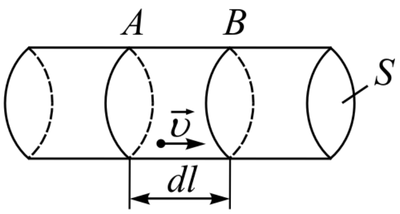

Рис. 10.2

В этом объеме содержится

$$n\,dV = nS\,dl$$

носителей зарядов, где n – их концентрация. Если υ – скорость направленного движения носителей зарядов, то за время

$$dt = \frac{dl}{\upsilon}$$

все носители зарядов из выделенного объема пройдут через сечение B и перенесут заряд

$$dQ = nq\,dV\,,$$

где q – заряд одной частицы. Далее выразим силу тока в проводнике:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{nqS\,dl\,\upsilon}{dl} = nqS\upsilon\,.$$

Учитывая, что $j = \dfrac{I}{S}$, получим:

$$j = qn\upsilon\,.$$

В векторной форме

$$\vec{j} = qn\vec{\upsilon}\,. \qquad (10.6)$$

После приведенных рассуждений можно сформулировать условия возникновения электрического тока:

- наличие в проводнике свободных носителей зарядов;
- наличие в проводнике электрического поля с напряженностью $\vec{E}$.

Последнее условие можно представить в несколько ином виде, если вспомнить связь напряженности электрического поля и разности потенциалов между двумя его точками.

$$\vec{E} = -grad\varphi\,,$$

или в скалярной форме

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}\,.$$

Откуда

$$d\varphi = -E_l\,dl\,.$$

Если за две точки взять два конца проводника, то разность потенциалов между ними можно выразить:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_1^2 d\varphi = \int_1^2 E_l \, dl = El .$$

Величину $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ принято называть электрическим напряжением, или напряжением электрического тока. Если $U = \text{const}$, то в проводнике протекает постоянный ток. Теперь второе условие можно сформулировать и таким образом:

- наличие на концах проводника разности потенциалов, или напряжения.

10.2. Закон Ома для участка цепи, содержащего только проводник

Немецкий физик Георг Симон Ом (1787–1854) в 1827 г. экспериментально установил свой знаменитый закон, согласно которому ток в металлах пропорционален приложенному к концам проводника напряжению при постоянной температуре:

$$I = kU , \tag{10.7}$$

где коэффициент пропорциональности k называется электрической проводимостью проводника. Он зависит от размеров проводника, материала, из которого изготовлен, температуры. Единицей измерения электропроводности в системе СИ является сименс (См). Согласно 10.7

$$1\text{Ñì} = \frac{1\text{À}}{1\text{Â}} .$$

Однако в настоящее время законом Ома пользуются в ином виде:

$$I = \frac{U}{R} , \tag{10.8}$$

где $R = \frac{1}{k}$ – сопротивление проводника (величина, обратная электропроводности). В СИ электрическое сопротивление измеряется в омах (Ом):

$$1\text{Î ì} = \frac{1\text{Â}}{1\text{À}} .$$

1 Ом равен сопротивлению проводника, между концами которого возникает напряжение 1 В при силе постоянного тока 1 А.

Ом установил и зависимость электрического сопротивления однородного проводника, у которого постоянная площадь поперечного сечения, от химической природы вещества проводника и размеров:

$$R = \rho \frac{l}{S} , \tag{10.9}$$

где l – длина проводника; S – площадь его поперечного сечения; ρ – удельное сопротивление проводника.

$$\left[\rho\right] = 1\text{Î ì}\cdot\text{ì} .$$

1 Ом·м равен удельному электрическому сопротивлению проводника площадью поперечного сечения 1 м^2 и длиной 1 м, имеющего сопротивление 1 Ом.

Физическая величина $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ называется *удельной электрической проводимостью вещества*. В СИ

$$\left[\sigma\right] = \frac{1\text{Ñì}}{1\text{ì}} = 1\text{Î ì}^{-1}\cdot 1\text{ì}^{-1} .$$

Удельные сопротивления экспериментально определены практически для всех используемых на практике проводников. Найти эти значения для пользования можно в разных физических справочниках.

10.3. Закон Ома в дифференциальной форме

В проводниках с изменяющимся сечением пользоваться законом Ома в форме (10.8) нельзя. Для того чтобы получить формулу, пригодную для таких расчетов, рассмотрим участок Δl проводника между двумя сечениями S_1 и S_2, потенциалы которых φ_1 и φ_2 соответственно (рис. 10.3). При достаточно малом отрезке Δl среднее сечение участка проводника можно выразить:

$$S \approx \frac{S_1 + S_2}{2} .$$

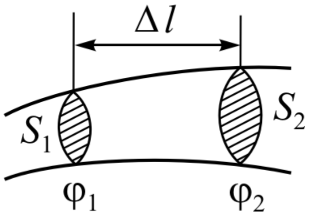

Рис. 10.3

В таком случае сопротивление этого участка

$$\Delta R = \rho \frac{\Delta l}{S} ,$$

а сила тока

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta R} = -\frac{\left(\varphi_2 - \varphi_1\right) S}{\rho \Delta l} = -\frac{S}{\rho}\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \frac{S}{\rho} E .$$

Учитывая, что $\dfrac{1}{\rho} = \sigma$ и $j = \dfrac{I}{S}$, получим:

$$j = \sigma E ,$$

или в векторной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} . \qquad (10.10)$$

Выражение (10.10) называют законом Ома в дифференциальной форме. Закон позволяет рассчитать силу тока в любой точке проводника, если известно распределение электрического поля в проводнике.

10.4. Электродвижущая сила источников тока

Из закона Ома (см. (10.8)) следует, что для поддержания тока в проводнике необходимо, чтобы на его концах постоянно поддерживалась разность потенциалов. Рассмотрим замкнутую электрическую цепь (рис. 10.4).

Пусть по замкнутой электрической цепи движется положительный заряд. Сопротивление в подводящих проводах в идеальном случае отсутствует. Это значит, что направленное движение зарядов на участках $a \to b$ и $c \to d$ происходит по инерции, без воздействия на заряд силы. Потенциалы точек $\varphi_a = \varphi_b$; $\varphi_c = \varphi_d$. На участке $b \to c$ разность потенциалов согласно закону Ома: $\varphi_b - \varphi_c = IR$. Движение на нашей схеме положительного заряда слева направо свидетельствует о том, что потенциал точки b выше, чем потенциал точки c. Напряженность электрического поля внутри проводника отлична от нуля, следовательно, на заряд со стороны электрического поля действует сила. Кроме того, заряды взаимодействуют в металлах с ионами кристаллической решетки, что обусловливает силу сопротивления движению заряда. На участке $d \to a$ потенциал φ_a больше потенциала φ_d. Чтобы в цепи продолжалось направленное движение зарядов необходимо каким-то образом перемещать заряд из точки d в точку a. Этот процесс не может происходить под действием электростатических сил. Силы, способные перемещать положительный заряд из точки с меньшим потенциалом в точку с большим потенциалом получили название *сторонних сил*. Эти силы могут иметь химическую, электромагнитную, механическую или иную природу, кроме электростатической. Сторонние силы совершают работу.

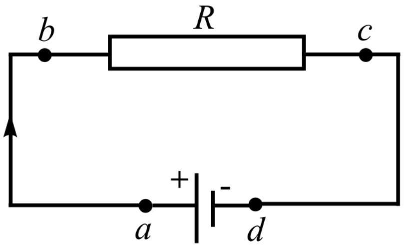

Рис. 10.4

Работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по всей цепи называется *электродвижущей силой источника тока* ($\mathcal{E}$, ЭДС).

$$\mathcal{E} = \frac{\grave{A}_{\tilde{n}\grave{o}}}{q}. \qquad (10.11)$$

Сравнение (10.11) с выражением для работы сил электростатического поля $A = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$ показывает, что размерность ЭДС должна быть такой же, что и размерность разности потенциалов.

$$\left[\mathcal{E}\right] = 1\hat{A}.$$

Работа сторонних сил не равняется нулю только внутри источника тока. Определим, как и напряженность электростатического поля (см. (2.1), лекция 2), напряженность поля сторонних сил:

$$\vec{E}_{\text{c}\grave{o}} = \frac{\vec{F}_{\tilde{n}\grave{o}}}{q}. \qquad (10.12)$$

Работа сторонних сил по перемещению положительного заряда q по замкнутому контуру

$$A_{ñò} = \oint \left(F_{ñò}\right) dl = q \oint \left(E_{ñò}\right) dl .$$

Откуда

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ñò}}{q} = \oint \left(E_{ñò}\right) dl . \qquad (10.13)$$

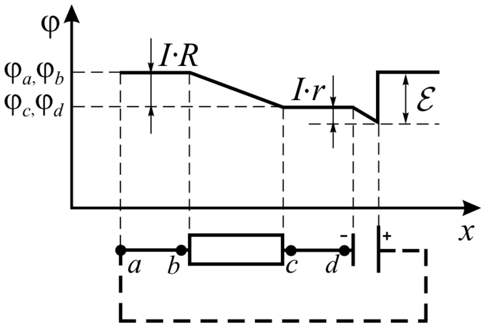

Рис. 10.5

Последнее выражение говорит о том, что циркуляция вектора напряженности сторонних сил по замкнутому контуру равна ЭДС. Причем при расчетах интегрировать можно не по всему контуру, а только по тем участкам, которые содержат ЭДС.

Наряду со скачком потенциала в направлении $d \to a$ внутри источника тока, сопротивление которого *r*, наблюдается его падение, по закону Ома равное Ir. Соответственно на участке $b \to c$ падение потенциала IR. На рис. 10.5 схематично показано распределение потенциала вдоль рассмотренной нами цепи.

10.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Неоднородным называют участок цепи, содержащий ЭДС. На таком участке на заряды действуют силы

$$\vec{F}_{ê} = q\vec{E}_{ê} \text{ и } \vec{F}_{ñò} = q\vec{E}_{ñò} ,$$

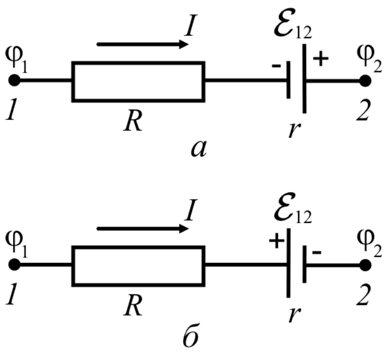

Рис. 10.6

где в первом равенстве представлена сила, действующая на заряды со стороны электростатического поля и, соответственно, его напряженность, а во втором – со стороны сторонних сил и напряженность поля сторонних сил. Рассматриваемые участки цепи представлены на рис. 10.6. Отличаются эти участки тем, что на одном из них источник ЭДС включен так, что скачек потенциала на источнике повышает потенциал участка (рис. 10.6, *а*), а на другом – понижает (рис.10.6, *б*). В первом случае ток выходит из положительного полюса источника, а во втором – из отрицательного.

Тогда, в общем случае, согласно закону Ома в дифференциальной форме плотность тока в любой точке участка можно выразить:

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E}_{ýë} + \vec{E}_{ñò}\right). \qquad (10.14)$$

От закона Ома в дифференциальной форме перейдем к закону Ома в интегральной форме. Для этого умножим левую и правую части (10.14) на элемент длины участка dl.

$$\vec{j}\,dl = \sigma\left(\vec{E}_{\text{ýë}} + \vec{E}_{\text{ñò}}\right)dl\,.$$

Сделаем замену $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ и получим:

$$\vec{j}\rho\,dl = \left(\vec{E}_{\text{ýë}} + \vec{E}_{\text{ñò}}\right)dl\,.$$

В скалярной форме:

$$\rho j_l\,dl = \left(E_{\text{ýë}}\right)_l dl + \left(E_{\text{ñò}}\right)_l dl\,. \qquad (10.15)$$

Последнее выражение интегрируем по всей длине участка от *1* до *2*. При этом помним, что φ_1 – потенциал той точки, от которой течет ток, а φ_2 – потенциал точки, к которой течет ток. С учетом того, что $j = \dfrac{I}{S}$ и что сила тока имеет одно и то же значение в любом сечении на участке, получим:

$$I\int_1^2 \frac{\rho}{S}dl = \int_1^2 \left(E_{\text{ýë}}\right)_l dl + \int_1^2 \left(E_{\text{ñò}}\right)_l dl\,. \qquad (10.16)$$

$\int_1^2 \left(E_{\text{ýë}}\right)_l dl$ – работа сил электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*, или по определению – разность потенциалов между точками *1* и *2*:

$$\int_1^2 \left(E_{\text{ýë}}\right)_l dl = \varphi_1 - \varphi_2\,.$$

$\int_1^2 \left(E_{\text{ñò}}\right)_l dl = \mathcal{E}_{12}$ – работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*, или по определению электродвижущая сила.

$\int_1^2 \dfrac{\rho}{S}dl = R_{12}$ – сопротивление участка цепи между точками *1* и *2*.

Сделав необходимые подстановки в (10.16), получим закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме:

$$IR_{12} = \left(\varphi_1 - \varphi_2\right) \pm \mathcal{E}_{12}, \text{ или } I = \frac{\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) \pm \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}\,. \qquad (10.17)$$

Если источник включен как на рис. 10.6, *а* (повышает потенциал участка по выбранному направлению тока), то ЭДС в формуле (10.17) берется со знаком «плюс», если же, как на рис. 10.6, *б*, понижает потенциал – со знаком «минус».

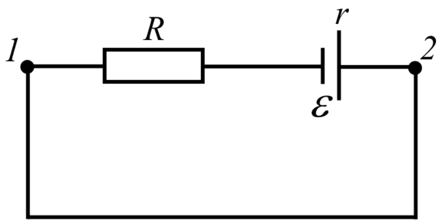

Рис. 10.7

Если соединить между собой проводником точки *1* и *2* (рис. 10.7), то получим замкнутую цепь.

В таком случае $\varphi_1 = \varphi_2$, и (10.17) примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{12}}{R_{12}}.$$

Но

$$R_{12} = R + r,$$

где R – внешнее сопротивление цепи, а r – внутренне сопротивление (или сопротивление источника ЭДС). Тогда в общем виде:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \qquad (10.18)$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома для замкнутой цепи.

10.6. Напряжение на зажимах источника ЭДС

Рассмотрим схему, представленную на рис. 10.8.

Напряжение на зажимах источника такое же, как на внешнем сопротивлении R и оно равно:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = IR.$$

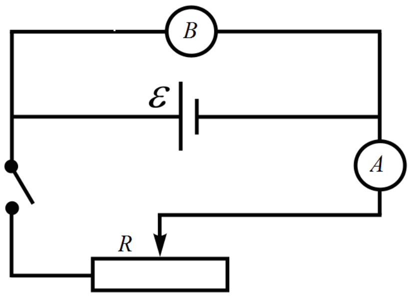

Рис. 10.8

Но согласно 10.18

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Тогда

$$U_{12} = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R = \mathcal{E}\frac{R + r - r}{R + r} = \mathcal{E}\left(1 - \frac{r}{R + r}\right).$$

Из последнего равенства следует, что напряжение на зажимах источника зависит от внешнего сопротивления цепи. При этом чем большая разница между внешним сопротивлением и сопротивлением источника, тем ближе напряжение на зажимах источника к ЭДС. Если же внешнее сопротивление равно бесконечности (клеммы источника разомкнуты), то напряжение на зажимах равно ЭДС. Следовательно, померить ЭДС источника можно непосредственно вольтметром с достаточно большим сопротивлением.