

Лекция 12

Электропроводность металлов. Классическая теория электропроводности

Вопросы. Классификация твердых тел (проводники, диэлектрики и полупроводники). Природа тока в металлах. Исследования Мандельштама и Папалекси, Стюарта и Толмена. Классическая электронная теория электропроводности металлов. Объяснение законов Ома, Джоуля–Ленца и Видемана–Франца. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Сверхпроводимость. Трудности классической электронной теории электропроводности металлов.

12.1. Природа электрического тока в металлах

В зависимости от электропроводности все вещества делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. У проводников удельная электрическая проводимость лежит в диапазоне 10^6 – 10^8 См·м⁻¹, у диэлектриков она меньше 10^{-6} См·м⁻¹, и у полупроводников занимает промежуточное положение между приведенными величинами (10^{-4} – 10^4 См·м⁻¹). Такое деление в значительной степени условно, так как электропроводность меняется в широких пределах при изменении состояния вещества. При температурах, близких к абсолютному нулю, полупроводники являются диэлектриками. С ростом температуры проводимость полупроводников растет. У металлов, наоборот, с ростом температуры проводимость падает.

К проводникам относятся в первую очередь металлы. Для выяснения природы носителей тока в металлах еще в начале прошлого века поставлено ряд опытов. Первым в этом ряду стоит опыт немецкого физика Виктора Эдуарда Рикке (1845–1915), который он поставил в 1901 г. Два медных и один алюминиевый цилиндры с тщательно отшлифованными торцами были поставлены один на один. Через них на протяжении года протекал электрический ток. По замыслу автора, если бы электрический заряд переносился атомами, то изменилась бы масса цилиндров. Однако взвешивание показало, что масса цилиндров не изменилась, хотя за год через них протек заряд $3,5 \cdot 10^6$ Кл. Вывод из этого опыта: перенос заряда в металлах осуществляется какими-то частицами, входящими в состав всех металлов. Такой частицей мог быть, уже открытый к тому времени (1897 г., У. Томсон), электрон.

Доказательством того, что носителями электрических зарядов в металлах являются электроны, служит опыт, поставленный в 1916 г. американскими физиками Ричардом Чейзом Толменом (1881–1948) и Стюартом. Идею опыта подсказал Х.А. Лоренц (1853–1928). Если в металле есть свободные заряды, обладающие массой, то они должны подчиняться закону инерции. При внезапной

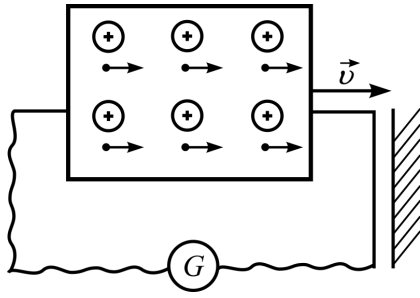


Рис. 12.1

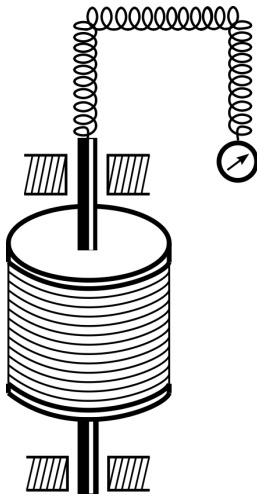


Рис. 12.2

остановке быстродвижущегося проводника останавливаются все его атомы, а свободные заряды какое-то время продолжают двигаться. В результате в проводнике возникнет импульс тока, который можно зарегистрировать (рис. 12.1).

Схема опыта Стюарта и Толмена представлена на рис. 12.2. Катушка с большим количеством витков проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси с линейной скоростью вращения 300 м/с. Концы проволоочной обмотки были соединены с чувствительным гальванометром длинными гибкими проводами, скручивающимися во время вращения катушки. Магнитное поле Земли было скомпенсировано с помощью специальных неподвижных катушек. Длина проводов достигала 500 м. После резкого торможения катушки стрелка гальванометра отклонялась. По направлению отклонения стрелки было установлено, что носители тока в металлах – отрицательные заряды. Расчет отношения величины заряда к массе его носителя (удельный заряд) производился из следующих соображений:

- пусть в процессе торможения за время dt кинетическая энергия одного носителя заряда уменьшилась на величину $dw_{\text{к}}$. Поскольку

$$w_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2},$$

где m – масса носителя; v – линейная скорость движения проводника, то

$$dw_{\text{к}} = mv dv;$$

- уменьшение кинетической энергии всех носителей зарядов в проводнике

$$dW_{\text{к}} = Ndw_{\text{к}} = Nmv dv = nSlmvdv, \quad (12.1)$$

где N – число носителей зарядов в проводнике, n – концентрация (число носителей зарядов в единице объема проводника) носителей зарядов в проводнике, S – площадь поперечного сечения проводника, l – длина проводника;

- за то же время в проводнике выделяется тепловая энергия, которая согласно закону Джоуля–Ленца равна:

$$dW_Q = i^2 R dt = iRi dt = iR dq = jSR dq = envSR dq, \quad (12.2)$$

где i – мгновенное значение тока, R – сопротивление проводника, dq – зарегистрированный заряд, протекший в проводнике за время dt , $j = env$ – плотность

тока в проводнике согласно 10.6, e – заряд носителя, v – скорость направленного движения носителя заряда (в данном случае скорость движения проводника);

- согласно закону сохранения энергии

$$-dW_{\dot{e}} = dW_Q,$$

или

$$-nSlm dv = envSR dq.$$

После несложных преобразований получим:

$$dq = -\frac{ml}{eR} dv.$$

Последнее выражение интегрируется с учетом того, что скорость вращения катушки изменялась от v до 0, а протекший заряд от 0 до некоторого значения q . Протекший заряд q , определялся в опыте непосредственно. В итоге получим:

$$q = \frac{mlv}{eR}.$$

Откуда удельный заряд

$$\frac{e}{m} = \frac{lv}{qR}. \quad (12.3)$$

Все величины, входящие в правую часть (12.3) определяются непосредственно из опыта. Так был определен удельный заряд электрона. Стюарт и Толмен провели свои исследования, используя в опытах проводники из меди, серебра и алюминия, и получили $\frac{e}{m} = 1,6 \cdot 10^{11}$ Кл/кг для меди, $\frac{e}{m} = 1,49 \cdot 10^{11}$ Кл/кг для серебра и $\frac{e}{m} = 1,54 \cdot 10^{11}$ Кл/кг для алюминия.

Опыты, подобные опытам Стюарта и Толмена, в 1913 г. в Страсбурге проводили русские ученые Л.И. Мандельштам (1879–1944) и Н.Д. Папалекси (1880–1947). Однако закончить исследования они не успели из-за надвигавшейся первой мировой войны. Проведение этих экспериментов, по сути, являлось продолжением работы по созданию классической теории проводимости металлов. Основы этой теории к 1901 г. были разработаны немецким физиком П. Друде (1863–1906), а чуть позднее усовершенствованы и дополнены Лоренцем. Согласно теории атомы в металлах частично диссоциированы на электроны и положительные ионы, которые находятся в узлах решетки кристаллов, из которых состоит твердый металл. В большинстве случаев число свободных электронов соответствует числу атомов металла, т. е. концентрация свободных

электронов $n \approx 10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Считается, что в среднем каждый атом отдает по одному электрону. Электроны могут свободно перемещаться в кристаллической решетке. В отсутствие внешнего электрического поля они совершают беспорядочное тепловое движение. И Друде, и Лоренц предложили рассматривать свободные электроны, как некий электронный газ, который подчиняется законам идеального газа. Однако в отличие от молекул идеального газа, которые сталкиваются между собой, электроны сталкиваются с ионами кристаллической решетки. При наложении внешнего электрического поля на хаотическое движение электронов накладывается упорядоченное движение, в направлении поля. Оценим абсолютные значения скорости хаотического движения электронов и скорости направленного движения (скорости дрейфа).

Кинетическая энергия одного электрона определяется выражением:

$$w_{\text{е}} = \frac{m\bar{u}^2}{2},$$

где m – масса электрона; $\bar{u}$ – средняя скорость хаотического движения электрона.

Согласно молекулярно кинетической теории эта же энергия $w_{\text{е}} = \frac{3}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана; T – температура. Из этих выражений

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Для комнатной температуры ($T = 300 \text{ К}$)

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \text{ м/с}.$$

Среднюю скорость направленного движения электронов в медном проводнике определим из (10.6) ($j = en\bar{v}$), положив плотность тока $j = 10 \text{ А/мм}^2 = 1 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2$ и концентрацию $n = 1 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Откуда

$$\bar{v} = \frac{j}{ne} = \frac{10^7}{10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{-3} \text{ м/с}.$$

Таким образом, $\bar{v} \ll \bar{u}$.

Теория Друде–Лоренца объясняет основные законы протекания электрического тока в проводниках, в частности закон Ома, закон Джоуля–Ленца, закон Видемана–Франца и т. д. Дополненная некоторыми квантово-механическими представлениями она удовлетворительно объясняет контактные явления на границе двух проводников. Тем не менее, она не может объяснить механизм электропроводности полупроводников и ряд явлений в проводниках, о которых речь будет идти ниже.

12.2. Объяснение закона Ома

При наличии электрического поля внутри проводника на каждый электрон действует сила $\vec{F} = e\vec{E}$, где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля. Под действием этой силы согласно второму закону Ньютона электрон движется с ускорением

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}.$$

Ускоренное направленное движение электрона наблюдается только между двумя столкновениями с узлами решетки. После столкновения согласно Друде скорость электрона равна нулю, а перед столкновением она определяется по формуле:

$$v_{\max} = a\tau = \frac{eE}{m}\tau, \quad (12.4)$$

где τ – время свободного пробега. Средняя скорость направленного движения электронов

$$\bar{v} = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{eE}{2m}\tau, \quad (12.5),$$

где среднее значение времени свободного пробега электрона

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u} + \bar{v}} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}},$$

поскольку $\bar{u} \gg \bar{v}$. Здесь $\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега электрона. Тогда из (12.5) получим:

$$\bar{v} = \frac{e\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E. \quad (12.6)$$

Подставив (12.6) в (10.6), получим выражение для расчета плотности тока в проводнике

$$j = en\bar{v} = en\frac{e\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E. \quad (12.7)$$

Сравнив (12.7) с законом Ома в дифференциальной форме ($j = \sigma E$), получим выражение для удельной электропроводности проводников:

$$\sigma = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}} = \frac{ne^2}{2m}\bar{\tau}. \quad (12.8)$$

В последнюю формулу входит среднее время свободного пробега электронов, т. е. среднее время между двумя столкновениями электронов с узлами кристаллической решетки. Чем это время больше, тем выше электропроводность проводника. Следовательно, классическая теория электропроводности металлов

объясняет электрическое сопротивление металлов столкновением электронов с узлами кристаллической решетки.

12.3. Объяснение закона Джоуля–Ленца

Чтобы рассчитать энергию, которую передает узлу при столкновении один электрон, воспользуемся выражением (12.4) и уже упоминаемым условием Друде (скорость электрона после столкновения равна нулю):

$$w_{\dot{e}} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{me^2 E^2 \bar{\tau}^2}{2m^2} = \frac{e^2 E^2 \bar{\tau}^2}{2m}.$$

За единицу времени электрон сталкивается с узлами решетки в среднем $\bar{z} = \frac{1}{\bar{\tau}}$ раз. В таком случае за единицу времени в единице объема проводника выделится энергия:

$$\omega = n\bar{z}w_{\dot{e}} = \frac{n\bar{z}e^2 E^2 \bar{\tau}^2}{2m} = \frac{ne^2 \bar{\tau}^2}{2\bar{\tau}m} E^2 = \frac{ne^2 \bar{\tau}}{2m} E^2. \quad (12.9)$$

Сравнив последнее выражение с (12.8), получим закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме:

$$\omega = \sigma E^2.$$

12.4. Объяснение закона Видемана–Франца

Закон установлен эмпирически в 1853 г. и связывает коэффициенты электропроводности и теплопроводности металлов:

$$\frac{\chi}{\sigma} = AT,$$

где χ – коэффициент теплопроводности; $A = 2,21 \cdot 10^{-8}$ Вт/К² – определенная экспериментально, постоянная, одинаковая для всех металлов. Поскольку металлы хорошие проводники тепла, а диэлектрики плохие, логично предположить, что теплопроводность металлов обусловлена свободными электронами. Тогда согласно молекулярно-кинетической теории газов

$$\chi = nk\bar{u}\frac{\bar{\lambda}}{2}, \quad (12.10)$$

где в данном случае n , $\bar{u}$, $\bar{\lambda}$ – концентрация, средняя скорость и средняя длина свободного пробега электронов в металле; k – постоянная Больцмана. Разделив (12.10) на (12.8), получим:

$$\frac{\chi}{\sigma} = \frac{nk\bar{u}\bar{\lambda} \cdot 2m\bar{u}}{ne^2 \bar{\lambda} \cdot 2} = \frac{k\bar{u}^2 m}{e^2}.$$

Так как $\frac{m\bar{u}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$, то

$$\frac{\chi}{\sigma} = \frac{3k^2}{e^2}T,$$

где $\frac{3k^2}{e^2} = A = \frac{3 \cdot (1,38 \cdot 10^{-23})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,23 \cdot 10^{-8} \text{ Вт / К}^2$. Совпадение экспериментальных

значений постоянной A и рассчитанной согласно классической теории электропроводности убедительное.

12.5. Зависимость сопротивления металлов от температуры

Согласно классической теории (см. 12.1) сопротивление металлов объясняется столкновением электронов с ионами кристаллической решетки. С увеличением температуры амплитуда колебаний ионов в узлах кристаллической решетки должна возрастать. Следовательно, должно возрасть и число столкновений электронов с узлами, что согласно (12.8) приведет к снижению электропроводности, или росту сопротивления проводника. Экспериментально установлено, что при обычных температурах сопротивление меняется с температурой линейно:

$$R = R_0(1 + \alpha t). \quad (12.11)$$

где t – температура, выраженная в градусах Цельсия; $\alpha = R \frac{dR}{dt}$ – температурный

коэффициент сопротивления, численно равный относительному изменению сопротивления проводника при изменении его температуры на 1 К. Температурный коэффициент зависит от температуры. Для металлов он всегда положителен, и при изменении температуры в небольших интервалах его можно считать величиной постоянной и равной среднему значению в этом интервале. Для большинства чистых металлов

$$\alpha \approx \frac{1}{273}. \quad (12.12)$$

В формуле (12.11) R и R_0 – сопротивление проводника соответственно при температурах t и t_0 . Если не учитывать изменение геометрических размеров при изменении температуры формулу (12.11) можно применять для характеристики температурной зависимости удельного сопротивления проводника:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t). \quad (12.13)$$

Учитывая (12.12),

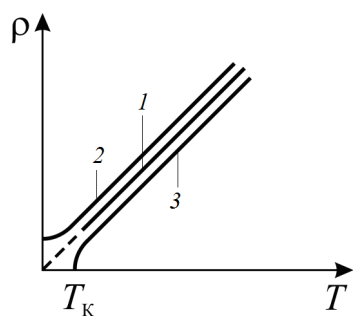


Рис. 12.3

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 (1 + \alpha t) = \rho_0 \left(1 + \frac{t}{273} \right) = \\ &= \rho_0 \frac{273 + t}{273} = \rho_0 \frac{1}{273} T = \rho_0 \alpha T \end{aligned} \quad (12.13)$$

Уравнение (12.13) указывает на прямо пропорциональную зависимость сопротивления металлов от температуры. Согласно теории, при стремлении температуры к абсолютному нулю сопротивление чистого металла должно стремиться к нулю (кривая 1, рис. 12.3). В реальных металлах любые примесные атомы или дефекты кристаллической решетки приводят к остаточному сопротивлению, которое не зависит от температуры (кривая 2).

12.6. Сверхпроводимость

В 1911 г. голландский физик Х. Камерлинг-Оннес (1853–1926) открыл явление, которое называли сверхпроводимостью. Исследуя температурную зависимость сопротивления ртути, он обнаружил, что при температуре 4,15 К ее электрическое сопротивление скачкообразно падает до нуля (рис. 12.3, кривая 3). В настоящее время известно свыше 20 чистых металлов, обладающих этим свойством и более 1000 разных химических соединений. У каждого проводника – своя температура, при которой происходит переход в сверхпроводящее состояние. Она называется критической (T_K). Среди чистых металлов наибольшая критическая температура у ниобия – 9,22 К. Существуют две возможности экспериментального наблюдения сверхпроводимости:

- при включении в замкнутую электрическую цепь сверхпроводящего сопротивления. Разность потенциалов на его концах равна нулю.
- при размещении кольца из сверхпроводящего материала в магнитное поле. После охлаждения кольца до температуры ниже критической магнитное поле выключается и в кольце индуцируется электрический ток, который при обычных условиях прекратился бы почти сразу. При наличии сверхпроводимости он может наблюдаться в кольце неограниченно долго. Известны случаи, когда такие токи сохранялись в лаборатории на протяжении нескольких лет.

Теория сверхпроводимости чрезвычайно сложна. Классическая теория объяснить сверхпроводимость не в состоянии. Квантовомеханическое объяснение сверхпроводимости представляет одну из актуальных теоретических проблем физики твердого тела и выходит за рамки программы курса общей физики.

В настоящее время основными направлениями практического применения сверхпроводимости являются:

- магниты, создающие сильные магнитные поля. Уже создано множество электромагнитов со сверхпроводящими обмотками, которые создают магнитные поля до 10 Тл.
- линии электропередач с малыми потерями. Сверхпроводящие линии электропередач будут свободны от потерь электроэнергии. Когда стоимость электрической энергии, полученной от альтернативных источников, например с помощью солнечных батарей, станет сравнимой со стоимостью энергии, производимой атомными и тепловыми станциями, проблема ее доставки из районов производства в места потребления может быть решена с помощью сверхпроводящих линий электропередач. К тому времени экономические проблемы, например необходимость получения большого количества жидкого гелия для охлаждения линий электропередач, уже возможно будут решены.
- высокоскоростные транспортные средства.

12.7. Трудности классической теории электропроводимости металлов

Классическая теория удовлетворительно объясняет законы Ома, Джоуля–Ленца, Видемана–Франца и т. д. Однако она не в состоянии объяснить:

- сверхпроводимость;
- температурную зависимость металлов от температуры. Согласно (12.8)

$$\sigma = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}, \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{2m\bar{u}}{ne^2\bar{\lambda}} = \frac{2m}{ne^2\bar{\lambda}} \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

т. е. удельное сопротивление проводника пропорционально $\sqrt{T}$, тогда как согласно (12.13) оно прямо пропорционально абсолютной температуре в первой степени;

- закон Дюлонга (1785–1838) и Пти (1791–1820) для проводников. Согласно этому экспериментальному закону молярная (атомная) теплоемкость всех твердых тел при постоянном объеме $\tilde{N}_V = 3R = 25$ Дж/(К·моль). Однако электроны проводимости в металле являются электронным (одноатомным) газом, и они должны вносить свой вклад в значение теплоемкости металла. Атомная теплоемкость такого газа определяется по формуле $\tilde{n} = \frac{3R}{2} = 12,5$ Дж/(К·моль).

В таком случае атомная теплоемкость всех металлов должна быть $\tilde{N} = \tilde{N}_V + c = 37,5$ Дж/(К·моль). На самом деле закон Дюлонга и Пти неплохо

выполняется для всех металлов. Это означает, что электроны – непосредственные участники процессов электропроводности и теплопроводности не влияют на теплоемкость проводников;

- рассчитанное по (12.8) среднее значение длины свободного пробега электрона при условии, что для расчета взята экспериментально полученная величина удельной проводимости металла, в сотни раз превышает расстояние между узлами кристаллической решетки.