

РАЗДЕЛ III ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Лекция 19 Магнитное поле

Вопросы. Основные магнитные явления. Магнитное поле электрического тока. Индукция магнитного поля. Линии магнитной индукции. Магнитный поток. Закон Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле прямого, кругового и соленоидного тока. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока.

19.1. Основные магнитные явления

Практически все процессы в макром мире происходят благодаря гравитационному и электромагнитному взаимодействиям между телами. Электромагнитным взаимодействием объясняются силы трения, силы упругости, аэродинамические силы, силы, действующие на пучки заряженных частиц в электронных приборах, силы, возникающие в электротехнических устройствах. Этот тип взаимодействия в значительной степени определяет химические, оптические и внутриатомные процессы.

Частным случаем электромагнитного взаимодействия между физическими объектами является магнитное взаимодействие. Рассмотрим более подробно основные экспериментальные факты, свидетельствующие о существовании магнитного взаимодействия.

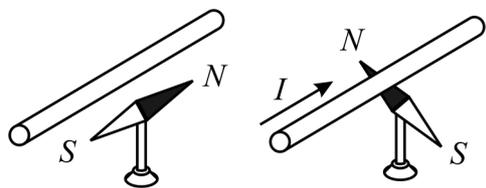


Рис. 19.1

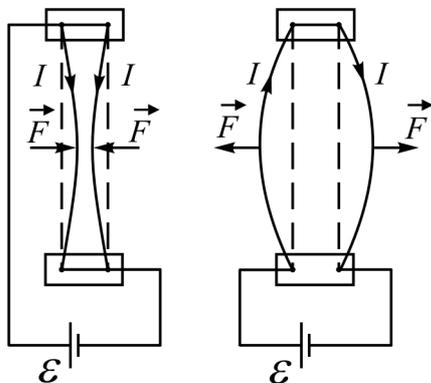


Рис. 19.2

1. Постоянные магниты взаимодействуют друг с другом, причем разноименные полюсы магнитов притягиваются, а одноименные – отталкиваются (этот факт был известен уже в древнем Китае).

2. Проводник с током оказывает воздействие на расположенную около него магнитную стрелку, в результате которого она всегда располагается под углом 90° к проводнику с током (рис. 19.1). Это явление впервые наблюдал датский физик Х. Эрстед (1777–1851) в 1820 г.

3. Проводники с токами взаимодействуют, причем если токи проходят в одном направлении, то проводники притягиваются, а если в противоположных направлениях – отталкиваются (рис. 19.2). Это явление было открыто французским физиком, математиком и химиком А. Ампером (1775–1836) в 1820 г.

Силы, вызывающие взаимодействие между телами в вышеотмеченных случаях называют *магнитными*. Возникновение магнитных сил обусловлено движением зарядов внутри тел.

19.2. Магнитное поле электрического тока

Как уже отмечалось, покоящиеся друг относительно друга электрические заряды взаимодействуют между собой посредством электрических полей, каждое из которых создается отдельным зарядом. Естественно предположить, что и магнитное взаимодействие передается посредством *магнитного поля*, которое создается в пространстве движущимися зарядами или токами. Термин «магнитное поле» впервые ввел английский физик М. Фарадей (1791–1867) в 1845 г. Опыты показывают, что магнитное поле создается направленным движением любых зарядов. Наличие магнитного поля движущихся наэлектризованных тел и конвекционных токов экспериментально зафиксировано русским физиком А.А. Эйхенвальдом (1864–1944) в 1903 г. В 1911 г. советский физик А.Ф. Иоффе (1880–1960) обнаружил магнитное поле, создаваемое пучком электронов. Таким образом, при движении электрических зарядов одновременно с электрическим полем возникает магнитное поле.

В соответствии с современными представлениями магнитное поле – это особая форма материи, создаваемая движущимися электрическими зарядами и переменными электрическими полями. Электрическое и магнитное поле – компоненты единого *электромагнитного* поля.

Поле отдельно взятого движущегося электрического заряда состоит из электрического и магнитного полей. Эти поля определяются положением заряда в пространстве и для движущегося заряда зависят от времени. Поэтому описание магнитного поля, создаваемого отдельными движущимися зарядами, сложно. Значительно проще описывать магнитное поле, создаваемое токами в проводниках. При протекании тока в проводнике последний остается в целом электронейтральным и электрическое поле вне проводника практически отсутствует. Это дает возможность изучать магнитное поле в «чистом» виде.

Основные свойства магнитного поля:

1. Исследования показывают, что магнитное поле образуется любыми движущимися зарядами: ионами электролита и газа, электронами и дырками полупроводника, связанными зарядами при движении наэлектризованного диэлектрика;

2. Поскольку скорость движения заряда зависит от выбора системы отсчета, магнитное поле одного и того же заряда в разных системах отсчета будет разным. Если в отношении к определенной системе отсчета электрический заряд находится в состоянии покоя, то в этой системе отсчета он создает только электростатическое поле. Электрический заряд, который движется относительно

данной системы отсчета, создает в этой системе не только электрическое, но и магнитное поле;

3. Посредством магнитного поля осуществляется взаимодействие между движущимися электрическими зарядами;

4. Критерием наличия или отсутствия магнитного поля в определенной области пространства является наличие силы, которая действует на проводник с током или на движущийся электрический заряд, помещенные в эту область пространства;

5. Для выявления магнитного поля могут быть использованы разнообразные физические эффекты: изменение электрического сопротивления некоторых веществ под воздействием магнитного поля; изменение линейных размеров тел в магнитном поле (магнитострикция); намагничивание тел в магнитном поле; возникновение ЭДС индукции в проводнике, который движется в магнитном поле;

6. Магнитное поле не является потенциальным, это значит, что работа в магнитном поле зависит от формы траектории и в случае замкнутого контура отличается от нуля.

19.3. Индукция магнитного поля

Исследование магнитного поля осуществляется при помощи замкнутого контура (рамки в которой протекает электрический ток), собственное магнитное поле которого значительно меньше, чем исследуемое. Такой контур называют «пробным током» (рис. 19.3).

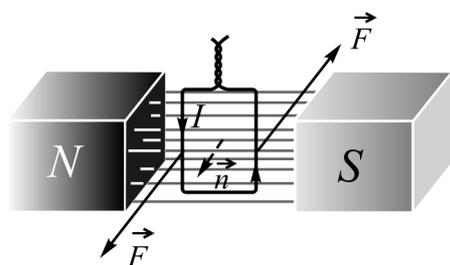


Рис. 19.3

На рамку с током, расположенную в магнитном поле, действует вращательный момент, максимальное значение которого M_0 пропорционально силе тока в рамке I и ее площади S , т. е. $M_0 \sim IS$. Коэффициент пропорциональности B не зависит от размеров рамки и силы тока в ней и является силовой характеристикой магнитного поля в той области пространства, где находится рамка. Таким образом,

$$M_0 = BIS.$$

Коэффициент B называют модулем *вектора индукции* магнитного поля.

За направление вектора индукции магнитного поля в данной точке поля принимают направление от южного полюса к северному у магнитной стрелки, которая находится в этой точке поля, при условии, что она может свободно вращаться вокруг своей оси. В этом направлении будет ориентирована и положительная нормаль \vec{n} к плоскости рамки с током, если ее поместить в ту же точку поля (рис. 19.4).

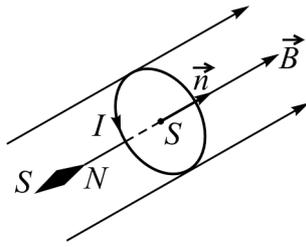


Рис. 19.4

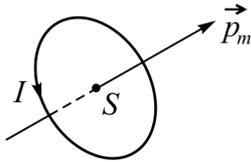


Рис. 19.5

Величину $\delta_m = IS$ называют магнитным моментом контура. Магнитный момент – это вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали \vec{n} к контуру (рис. 19.5).

На практике для определения направления вектора индукции магнитного поля удобно пользоваться *правилом правого винта*. Согласно этому правилу, если острие винта движется в направлении тока, то направление движения концов его ручки указывает направление вектора индукции магнитного поля (рис. 19.6).

За единицу индукции магнитного поля в СИ принимается 1 *тесла* (1 Тл). 1 тесла – это индукция такого магнитного поля, в котором на контур площадью 1 м^2 при силе тока в нем 1 А действует со стороны поля максимальный момент силы $M_0 = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Эта единица названа в честь сербского ученого Н. Тесла (1856–1943).

Помимо макроскопических токов, текущих в проводниках, в любом теле существуют микроскопические токи, создаваемые движением электронов в атомах и молекулах. Эти круговые токи создают собственное магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях внешних токов. Если возле какого-либо тела

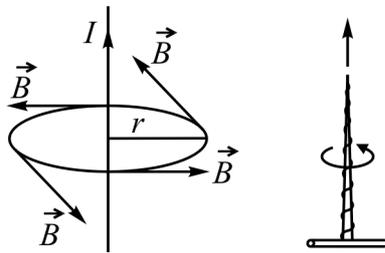


Рис. 19.6

поместить проводник с током (макроток), создающий вокруг себя магнитное поле, то под действием этого поля микроскопические токи во всех атомах будут определенным образом поворачиваться и создавать в теле дополнительное поле. Таким образом, вектор магнитной индукции \vec{B} характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микро-токами. При одном и том же токе I в проводнике и прочих

равных условиях величина вектора \vec{B} в различных средах будет иметь разные значения.

Для характеристики магнитного поля, создаваемого самим макротоком, введена физическая вспомогательная величина *вектор напряженности магнитного поля* \vec{H} , которая не зависит от свойств среды. Для поля в вакууме индукция B_0 и напряженность H в СИ связаны соотношением:

$$B_0 = \mu_0 H, \quad (19.1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная.

19.4. Линии магнитной индукции. Магнитный поток

Магнитное поле можно представить графически при помощи *линий индукции*. Линией индукции магнитного поля называется воображаемая линия в магнитном поле, касательная к которой в выбранной точке совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля. В отличие от линий напряженности электростатического поля линии индукции магнитного поля всегда замкнуты (это обусловлено тем, что в природе нет магнитных зарядов). В результате этого работа в магнитном поле зависит от формы пути и в случае замкнутого контура отличается от нуля, это значит, что магнитное поле не является потенциальным. Очевидно, что через каждую точку в магнитном поле можно провести линию индукции. Поскольку индукция поля в любой точке имеет определенное направление, то и направление линии индукции в каждой точке этого поля может быть только единым, а значит, линии индукции магнитного поля, как и линии напряженности электрического поля, не пересекаются.

Магнитное поле, индукция которого во всех точках одинакова по модулю и направлению, называется *однородным*. Линии индукции такого поля параллельны. В противном случае поле называется *неоднородным*.

Линии индукции магнитного поля, созданного током, который проходит по прямому проводнику, показаны на рис. 19.7.

В этом случае линии индукции представляют собой концентрические окружности, которые находятся в плоскостях, перпендикулярных проводнику с током.

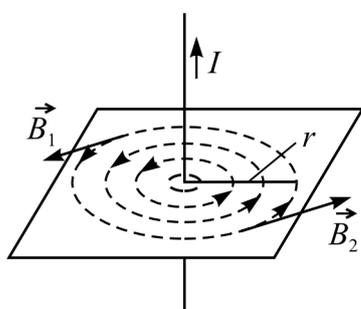


Рис. 19.7

Линии индукции магнитного поля, созданного током, который проходит по круговому витку, показаны на рис. 19.8.

Вектор индукции магнитного поля \vec{B} характеризует магнитное поле в каждой точке пространства. Для того чтобы охарактеризовать магнитное поле во всех точках пространства, ограниченных определенным замкнутым контуром, вводится физическая скалярная величина Φ , которая называется магнитным потоком или потоком вектора магнитной индукции, пронизывающим поверхность, ограниченную контуром.

Пусть в магнитном поле находится поверхность площадью S . Если в пределах этой поверхности выделить небольшую площадку площадью ΔS , то независимо от формы поверхности площадку можно считать плоской, а магнитное поле, пронизывающее ее – однородным.

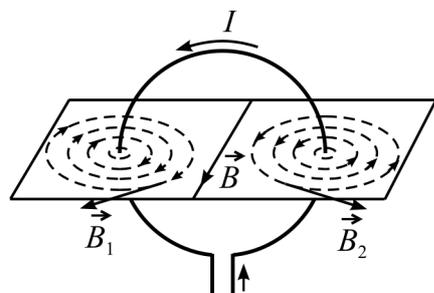


Рис. 19.8

Магнитным потоком $\Delta\Phi$ через площадку ΔS называется скалярная физическая величина, количественно равная произведению нормальной составляющей вектора индукции магнитного поля и площади площадки:

$$\Delta\Phi = B_n \Delta S = B \Delta S \cos \alpha, \quad (19.2)$$

где α – угол между направлением вектора индукции магнитного поля и нормалью к площадке (рис. 19.9).

Если поле неоднородное или площадка неплоская, то рассматривают элементарную площадку dS . Магнитный поток через элементарную площадку $d\Phi = \hat{A}_n dS$, а полный поток через поверхность S равен

$$\Phi = \int_S \hat{A}_n dS. \quad (19.3)$$

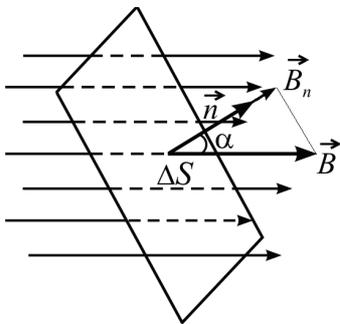


Рис. 19.9

За единицу магнитного потока в СИ принимается 1 вебер (1 Вб). 1 вебер – это магнитный поток, который образуется однородным магнитным полем с индукцией 1 Тл через площадку 1 м^2 , расположенную перпендикулярно полю. Название единице магнитного потока дано в честь немецкого физика В.Э. Вебера (1804–1891), который внес большой вклад в изучение магнитных явлений.

Изменить значение магнитного потока, который пронизывает контур, можно, изменив индукцию магнитного поля в котором находится контур, площадь этого контура или его ориентацию в магнитном поле.

19.5. Закон Био–Савара–Лапласа

Модуль вектора индукции магнитного поля $|\vec{B}|$, созданного током, во всех случаях пропорционален силе тока в проводнике, его длине и магнитной проницаемости окружающей среды. Кроме того, значение $|\vec{B}|$ зависит от формы проводника и расстояния между проводником и той точкой пространства, в которой определяется его значение.

В 1820 г. французские физики Ж. Био (1774–1862) и Ф. Савар (1791–1841) в результате многочисленных исследований пришли к выводу, что для прямого и кругового проводников с током модуль вектора индукции обратно пропорционален квадрату расстояния между проводником и точкой поля. Зависимость B от формы проводника можно рассчитать, используя метод, предложенный французским физиком, астрономом и математиком П. Лапласом (1749–1827). Он показал, что вектор индукции магнитного поля \vec{B} , созданного проводником произвольной формы, по которому проходит ток I , равен геометрической сумме векторов индукции магнитных полей, созданных отдельными элементами тока.

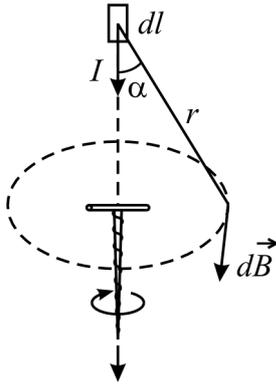


Рис. 19.10

Элементом тока $Id\vec{l}$ называется вектор, модуль которого равен произведению силы тока в проводнике I и элемента длины проводника dl , а направление совпадает с направлением тока (рис. 19.10).

Согласно закону Био–Савара–Лапласа индукция магнитного поля, которое образуется элементом тока в точке, находящейся на расстоянии r от него в вакууме, определяется по формуле

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 [Id\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (19.4)$$

где α – угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором \vec{r} , проведенным от элемента тока к точке наблюдения. Следовательно, модуль вектора индукции магнитного поля в вакууме определяется по формуле

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (19.5)$$

Чтобы найти индукцию магнитного поля, которое создается проводником с током длиной l произвольной формы, необходимо векторно просуммировать поля, созданные всеми элементами тока:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}. \quad (19.6)$$

19.6. Магнитное поле прямого тока

Рассчитаем индукцию магнитного поля в точке на расстоянии r_0 вдоль нормали от проводника с током I . Используем выражение Био–Савара–Лапласа в виде (19.5) и запишем его для элемента тока:

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \sin \alpha.$$

Выделим мысленно элемент dl проводника (рис. 19.11). Ввиду малости этого элемента можно записать:

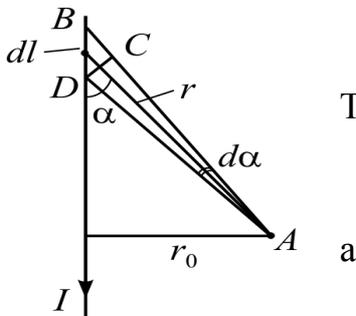


Рис. 19.11

Тогда

$$dl = \frac{D\tilde{N}}{\sin \alpha}, \quad D\tilde{N} = r d\alpha, \quad r = \frac{r_0}{\sin \alpha}.$$

$$dl = \frac{r_0}{\sin^2 \alpha} d\alpha,$$

$$dB = \frac{\mu_0 I r_0}{4\pi \sin^2 \alpha} \frac{\sin^2 \alpha}{r_0^2} \sin \alpha d\alpha.$$

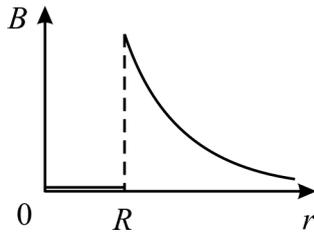


Рис. 19.12

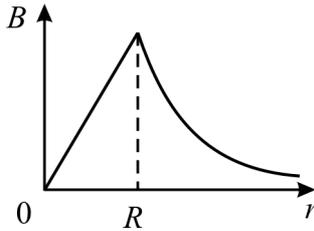


Рис. 19.13

Проинтегрировав выражение в пределах от α_1 до α_2 , получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (19.7)$$

Для бесконечно длинного проводника угол между элементом тока $I d\vec{l}$ и направлением от этого элемента до точки наблюдения A изменяется от $\alpha_1 = 0$ до $\alpha_2 = \pi$. Подставив соответствующие значения в выражение (19.7), получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (19.8)$$

Из формулы (19.8) следует, что для очень тонкого проводника индукция магнитного поля вблизи его поверхности неограниченно возрастает (если $r \rightarrow 0$, то $B \rightarrow \infty$). Реальный проводник всегда имеет конечную толщину $2R$.

Поэтому если весь ток проходит только по его поверхности (металлическая труба с тонкими стенками или сверхпроводник), то магнитное поле внутри проводника отсутствует (рис. 19.12).

Если же ток равномерно распределен по всей площади поперечного сечения проводника, то можно показать, что величина индукции магнитного поля внутри проводника пропорциональна расстоянию r от его оси (рис. 19.13):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{rI}{R^2}. \quad (19.9)$$

19.7. Магнитное поле кругового тока

Определим модуль вектора магнитной индукции поля в центре витка радиуса R , по которому течет ток I . Для этого выделим на витке элемент dl (рис. 19.14), используем выражение закона Био–Савара–Лапласа и запишем его с учетом того, что $\sin \alpha = 1$, а $r = R$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2}.$$

Проинтегрировав по длине окружности, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (19.10)$$

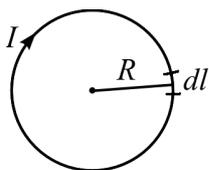


Рис. 19.14

Рассмотрим точку на расстоянии d вдоль нормали к витку радиуса R (рис. 19.15). Очевидно, что каждому элементу тока $I dl$ соответствует диаметрально противоположный такой же элемент. Направления векторов индукции поля, создаваемого этими

элементами $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ перпендикулярны r и равны по модулю: $dB_1 = dB_2$. Результирующая $d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$ направлена вдоль оси витка и численно равна

$$dB = 2dB_1 \cos \beta = \frac{2dB_1 R}{r},$$

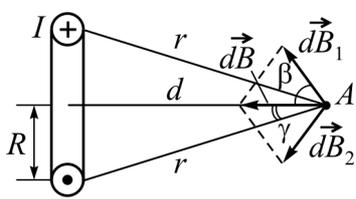


Рис. 19.15

где $\frac{R}{r} = \cos \beta = \sin \gamma$, $r = \sqrt{R^2 + d^2}$. С учетом этого выражение закона Био–Савара–Лапласа (19.3) можно записать в виде:

$$dB = \frac{2\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{(R^2 + d^2)} \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}} = \frac{\mu_0 IR}{2\pi(R^2 + d^2)^{3/2}} dl.$$

Проинтегрировав по половине длины окружности, получим значение модуля индукции в искомой точке:

$$B = \frac{2\mu_0 IR}{4\pi(R^2 + d^2)^{3/2}} \int_0^{\pi R} dl,$$

или

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}. \quad (19.11)$$

19.8. Магнитное поле соленоидального тока

Рассмотрим длинную катушку радиусом R и длиной L , содержащую N витков тонкого провода, навитого одним слоем (рис. 19.16).

Определим модуль вектора магнитной индукции поля в точке на оси внутри этого соленоида. Для этого выберем малый элемент длины соленоида dl , который содержит n витков:

$$n = \frac{N}{L} dl.$$

Используем выражение (19.10) для элемента тока $In dl$:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{InR^2 dl}{(R^2 + d^2)^{3/2}}.$$

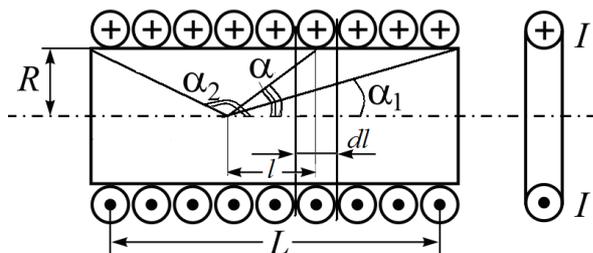


Рис. 19.16

С учетом того, что $d = l$, $\frac{l}{R} = \text{ctg } \alpha$, а $l = R \text{ctg } \alpha$, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{InR^2 dl}{(R^2 + l^2)^{3/2}}.$$

Так как

$$dl = -\frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

то

$$dB = -\frac{\mu_0}{2} \frac{InR^2 R d\alpha}{(R^2 + R^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha)^{3/2} \sin^2 \alpha} = -\frac{\mu_0 In \sin \alpha d\alpha}{2}.$$

Проинтегрировав выражение в пределах от α_1 до α_2 , получим:

$$B = \frac{\mu_0 In}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (19.12)$$

Очевидно, что для бесконечно длинного соленоида:

$$B = \mu_0 In, \quad (19.13)$$

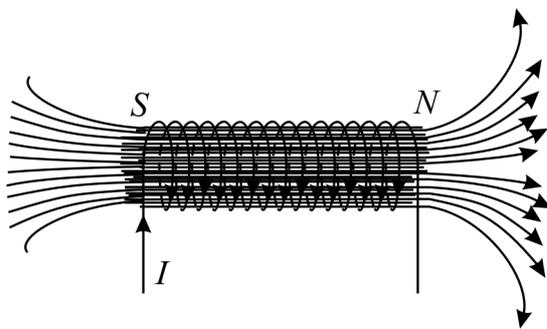


Рис. 19.17

откуда следует, что во всех точках внутри соленоида индукция магнитного поля одинакова. Это означает, что магнитное поле внутри соленоида является однородным. Вблизи краев соленоида магнитное поле уже не будет однородным (рис. 19.17).

Расчет показывает, что модуль вектора индукции магнитного поля на оси соленоида на его концах равен половине значения индукции поля внутри соленоида:

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 nI. \quad (19.14)$$

19.9. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока

С помощью закона Био–Савара–Лапласа очень трудно рассчитывать магнитную индукцию, если проводник имеет сложную форму. В некоторых случаях пользуются теоремой о циркуляции вектора магнитной индукции. *Циркуляцией вектора магнитной индукции* называется интеграл $\oint_l B_l dl$, где B_l

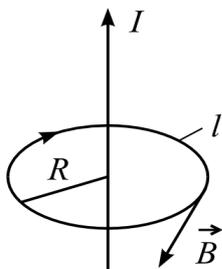


Рис. 19.18

– проекция вектора магнитной индукции на элемент длины dl .

Выберем мысленно контур, который совпадает с одной из силовых линий поля прямого тока (рис. 19.18).

Рассчитаем циркуляцию вектора \vec{B} по этому контуру. Для прямого тока согласно формуле (19.5) в любой точке на расстоянии R от проводника

$$B = B_l = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

поэтому

$$\oint_{\ell} B_l dl = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{2\pi R} dl = \mu_0 I.$$

Очевидно, что для множества токов внутри контура циркуляция будет состоять из алгебраической суммы токов, умноженных на μ_0 .

Циркуляция вектора магнитной индукции (в вакууме) по произвольно выбранному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, которые охвачены этим контуром, умноженную на магнитную постоянную μ_0 :

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (19.15)$$

Для характеристики магнитного поля в вакууме можно вместо вектора магнитной индукции \vec{B} пользоваться вектором напряженности магнитного поля \vec{H} , который согласно (19.1) определяется как $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$. Тогда вместо формулы (19.11)

можно записать:

$$\oint_l H dl = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (19.16)$$

Эта запись выражает *закон полного тока*: циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному контуру равна алгебраической сумме токов, которые охвачены этим контуром.