

Лекция 22

Самоиндукция и взаимная индукция

Вопросы. Самоиндукция и взаимная индукция. Индуктивность соленоида. Работа силы Ампера. Энергия магнитного поля тока. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

22.1. Самоиндукция. Индуктивность

Явление самоиндукции было открыто американским физиком Дж. Генри (1797–1878) в 1832 г. Оно является частным случаем явления электромагнитной индукции. Согласно закону электромагнитной индукции при любом изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в нем возникает согласно (21.2) ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{\text{эф}} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

которая создает в контуре индукционный ток

$$I_{\text{эф}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{эф}}}{R}, \quad (22.1)$$

где R – сопротивление контура.

Если в контуре существует постоянный ток, то он создает в пространстве вокруг себя постоянное магнитное поле, т. е. магнитный поток, который пронизывает контур, будет также постоянным. Поэтому в этом случае ЭДС индукции в контуре не возникнет.

Поскольку магнитный поток согласно формуле (19.3), равен

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (22.2)$$

то $\Phi \sim B$. В свою очередь $B \sim I$, где I – ток, который создает магнитное поле. Значит, $\Phi \sim I$. Коэффициент пропорциональности между магнитным потоком Φ и током I , создающим этот поток, зависит от геометрических размеров и формы контура, а также от количества витков в нем и от магнитных свойств сердечника, находящегося в контуре. Этот коэффициент называется *индуктивностью* контура L , т. е.

$$\Phi = LI. \quad (22.3)$$

Единицей индуктивности в СИ является 1 *генри* (1 Гн). 1 Гн – индуктивность контура, в котором ток 1 А создает магнитный поток 1 Вб.

Из формулы (22.3) видно, что изменить магнитный поток, пронизывающий контур, можно изменяя силу тока или индуктивность (или то и другое одновременно). В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся магнитный поток создает в контуре ЭДС, которая в этом случае называется *электродвижущей силой самоиндукции* $\mathcal{E}_c$. С учетом выражения (21.2)

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt},$$

а если $L = \text{const}$, то

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (22.4)$$

Поскольку контур замкнут, ЭДС самоиндукции создает в контуре ток самоиндукции. Согласно правилу Ленца ток самоиндукции всегда направлен так, что он противодействует изменению основного тока, т. е., если основной ток возрастает, ток самоиндукции направлен против основного тока, если уменьшается – направления основного тока и тока самоиндукции совпадают.

22.2. Взаимная индукция

Взаимной индукцией называется явление возникновения ЭДС индукции в одном контуре при изменении тока в другом, близко расположенном контуре (рис. 22.1).

Это происходит потому, что магнитный поток Φ_1 , создаваемый током I_1 в первом контуре, частично пронизывает другой контур, возбуждая в нем ЭДС индукции. Если Φ_{12} – часть потока Φ_1 , которая пронизывает другой контур, то $\Phi_{12} \sim \Phi_1$, а $\Phi_1 \sim I_1$, значит, $\Phi_{12} \sim I_1$. Тогда, если ввести коэффициент пропорциональности M_{12} получим, что $\Phi_{12} = M_{12}I_1$. При изменении тока I_1 изменяется поток Φ_1 и в другом контуре возбуждается ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}. \quad (22.5)$$

Аналогичным образом можно показать, что ЭДС индукции, которая возникает в первом контуре при изменении тока в другом,

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_2}{dt}. \quad (22.6)$$

Чтобы показать, что коэффициенты M_{12} и M_{21} равны, рассчитаем работу, которую необходимо затратить на преодоление ЭДС взаимной индукции, т. е. работу, необходимую для того, чтобы каждый из этих контуров удалить на бесконечность. Работа, затраченная на удаление первого контура, равна:

$$A_1 = I_1 \Delta \Phi_1 = I_1 \Phi_1 = I_1 M_{12} I_2,$$

а на удаление второго –

$$A_2 = I_2 \Delta \Phi_2 = I_2 \Phi_2 = I_2 M_{21} I_1.$$

Так как $A_1 = A_2$, то $M_{12} = M_{21} = M$.

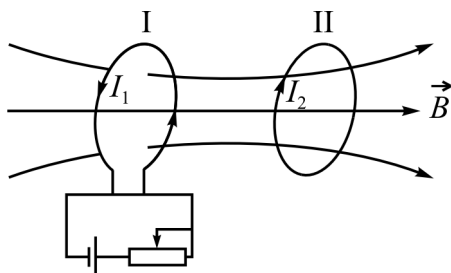


Рис. 22.1

M называют *коэффициентом взаимной индукции* контуров. Он зависит от геометрической формы и размеров контуров, их взаимного расположения и магнитной проницаемости среды. Таким образом, явление взаимоиндукции препятствует образованию системы контуров с токами, также как и ее разделению на элементы. Работа, затраченная на преодоление ЭДС взаимоиндукции двух контуров, равна

$$A = MI_1I_2. \quad (22.7)$$

22.3. Работа силы Ампера

Если проводник с током движется в магнитном поле, то сила Ампера при этом будет выполнять работу. Для расчета этой работы рассмотрим контур тока, который состоит из источника ЭДС, двух параллельных проводников и подвижного участка длиной l , который находится в однородном магнитном поле с индукцией B .

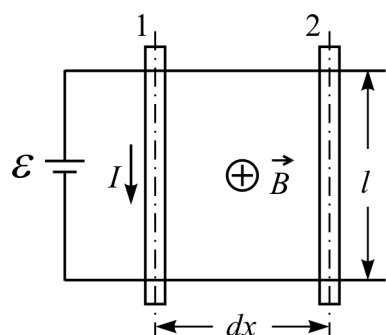


Рис. 22.2

Будем считать, что ток в контуре постоянный и равен I , а вектор магнитной индукции B перпендикулярен плоскости контура и направлен вниз (рис. 22.2).

На участок проводника l действует сила Ампера $F = IBl$, под действием которой он движется вправо. При перемещении из состояния 1 в состояние 2 проводник пройдет некоторое расстояние dx , при этом сила Ампера выполняет работу

При перемещении из состояния 1 в состояние 2 проводник пройдет некоторое расстояние dx , при этом сила Ампера выполняет работу

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS.$$

Если учесть, что $B dS = d\Phi$, то

$$dA = Id\Phi.$$

Если перемещение проводника конечное, то выполняемая работа

$$A = I \int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I \Delta\Phi, \quad (22.8)$$

где Φ_1 – магнитный поток через контур в состоянии 1, а Φ_2 – в состоянии 2.

Из формулы (22.8) следует, что работа силы Ампера равна произведению силы тока и изменения магнитного потока, что пронизывает контур.

22.4. Энергия магнитного поля

Если к источнику тока, ЭДС которого $\mathcal{E}$, а внутреннее сопротивление r подключить проводящий контур, сопротивление которого R , а индуктивность L , то ЭДС самоиндукции, возникающая в момент замыкания цепи и равная согласно

формуле (22.4) $\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}$, противодействует ЭДС источника тока.

По закону Ома значение силы тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_c}{R + r},$$

или

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} - L \frac{1}{R + r} \frac{dI}{dt}. \quad (22.9)$$

Если умножить обе части выражения (22.5) на I , то получим:

$$\mathcal{E} I dt = I^2 (R + r) dt + LI dI,$$

где $\mathcal{E} I dt = A$ – работа, которую выполняет источник тока за время dt ; $I^2 (R + r) dt = dQ$ – изменение внутренней энергии контура и источника тока (т. е. количество теплоты, выделяемое в цепи); $LI dI = dW_i$ – изменение энергии магнитного поля контура с током.

Если сила тока в контуре увеличится от 0 до I , то энергия магнитного поля контура станет равной:

$$W_i = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Таким образом, энергия магнитного поля контура с током равна

$$W_i = \frac{LI^2}{2}. \quad (22.10)$$

С учетом выражения (22.3) формула для расчета энергии магнитного поля контура с током может быть записана в виде:

$$W_i = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}. \quad (22.11)$$

Определим энергию двух контуров, индуктивности которых L_1 и L_2 с токами I_1 и I_2 . Очевидно, что помимо энергии магнитного поля каждого контура, определяемой по формуле (22.10) имеет место энергия магнитного поля равная работе, затраченной на преодоление ЭДС взаимной индукции при образовании системы контуров с токами. Тогда, с учетом формулы (22.7) полная энергия системы двух контуров с токами равна

$$W_i = \frac{LI_1^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2} + MI_1 I_2. \quad (22.12)$$

Энергия магнитного поля (как и энергия электрического поля) запасена в пространстве, где существует поле и ее значение можно выразить через характеристики этого поля. Так, например, энергия магнитного поля соленоида с током локализована внутри соленоида и равномерно распределена по его объему, так

как поле однородно. Индукция магнитного поля соленоида с сердечником согласно формуле (19.13) равна:

$$B = \mu_0 \mu n I, \quad (22.13)$$

где μ – магнитная проницаемость материала сердечника; $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины. Полный магнитный поток (потокосцепление), который пронизывает все N витков соленоида, равен:

$$\Phi = BNS = \mu_0 \mu \frac{N}{l} INS = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} IS. \quad (22.14)$$

Подставив (22.13) в формулу (22.3), получим значение индуктивности соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (22.15)$$

где $V = Sl$ – объем пространства внутри соленоида. Выразив из (22.13) I и подставив его в выражение (22.3) с учетом (22.15), получим выражение для энергии магнитного поля внутри соленоида:

$$W_i = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V. \quad (22.16)$$

Отношение энергии магнитного поля к объему пространства, в котором поле локализовано, называют *объемной плотностью энергии* магнитного поля $\omega_i = \frac{W_i}{V}$, а с учетом формулы (22.16)

$$\omega_i = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (22.17)$$

Поскольку электрическое и магнитное поля являются частями единого электромагнитного поля, то плотность энергии электромагнитного поля

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \hat{A}^2}{2} + \frac{\hat{A}^2}{2\mu\mu_0}, \quad (22.18)$$

где $\frac{\varepsilon\varepsilon_0 \hat{A}^2}{2}$ – плотность энергии электрического поля.