

Лекция 27

Работа и мощность переменного тока

Вопросы. Мощность переменного тока. Проблемы передачи электроэнергии.

27.1. Мощность переменного тока

Если к цепи переменного тока, состоящей из резистора сопротивлением R , конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L (см. рис. 26.5), подключено переменное напряжение $U = U_0 \sin \omega t$, то ток в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Энергия, выделяемая в цепи за бесконечно малый промежуток времени будет равна

$$dW = IU dt = I_0 U_0 [\sin \omega t \sin(\omega t + \varphi)] dt. \quad (27.1)$$

Мгновенное значение выделяемой мощности

$$P = \frac{dW}{dt} = IU = I_0 U_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi), \quad (27.2)$$

где

$$P_0 = I_0 U_0 - \quad (27.3)$$

максимальное значение мощности.

Среднее значение мощности за период будет равно:

$$\langle P \rangle = \frac{I_0 U_0}{T} \int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt,$$

а так как $\sin(\omega t + \varphi) = \sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi$, то

$$\langle P \rangle = \frac{I_0 U_0}{T} \left[\int_0^T \sin^2 \omega t \cos \varphi dt + \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi dt \right]. \quad (27.4)$$

С учетом того, что второе слагаемое в (27.4) равно нулю, а согласно формуле (25.12) $\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{T}{2}$, получим:

$$\langle P \rangle = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi, \quad (27.5)$$

а с учетом выражений (25.13) и (25.14)

$$\langle P \rangle = I_{\text{a}} U_{\text{a}} \cos \varphi. \quad (27.6)$$

Можно показать, что средняя мощность в цепи переменного тока равна мощности, которая выделяется на активном сопротивлении R . Для этого подсчитаем мгновенное значение мощности, которая выделяется на этом сопротивлении:

$$P = IU = I^2 R = I_0^2 R \sin^2(\omega t + \varphi),$$

где $P_0 = I_0^2 R$ – максимальное значение мощности (рис. 27.1). С учетом того, что

$$\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1 - \cos 2(\omega t + \varphi)}{2},$$

получим:

$$P = I_0^2 R \frac{1 - \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} = \frac{I_0^2 R}{2} - \frac{I_0^2 R \cos 2(\omega t + \varphi)}{2}. \quad (27.7)$$

Таким образом, мощность переменного тока состоит из двух частей:

- 1) $\frac{I_0^2 R}{2}$, которая не зависит от времени;
- 2) $\frac{I_0^2 R \cos 2(\omega t + \varphi)}{2}$, которая изменяется по закону

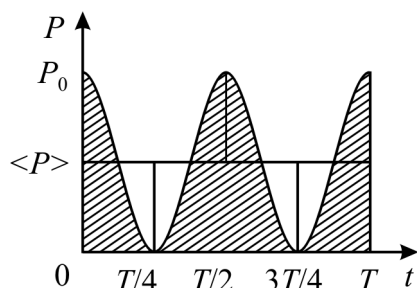


Рис. 27.1

косинуса с двойной частотой 2ω (рис. 27.1).

Среднее значение мощности за время, равное периоду $t = T$,

$$\langle P \rangle = \frac{I_0^2 R}{2} - I_0^2 R \left\langle \frac{\cos 2(\omega T + \varphi)}{2} \right\rangle.$$

Поскольку среднее значение косинуса за период равно нулю, то средняя мощность равна:

$$\langle P \rangle = \frac{I_0^2 R}{2}, \quad (27.8)$$

а с учетом выражений (25.12) и (25.13)

$$\langle P \rangle = I_{\text{а}}^2 R = I_{\text{а}} U_{\text{а}} \cos \varphi,$$

что соответствует выражению (27.6). Таким образом, средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока, равна ее активной составляющей, которая в СИ измеряется в ваттах (Вт).

Полная мощность в цепи $S = IU$ измеряется в вольт-амперах (ВА).

27.2. Трансформатор. Передача электрической энергии

Широкое использование электрической энергии требует ее передачи на значительные расстояния от электрических станций и многократного повышения или понижения напряжения, что осуществляется с помощью трансформаторов. Трансформатор представляет собой сердечник из ферромагнетика (магнитопровод), на который намотаны две катушки (обмотки): первичная и вторичная. Сердечник изготавливают из пластин, склеенных между собой для предотвращения

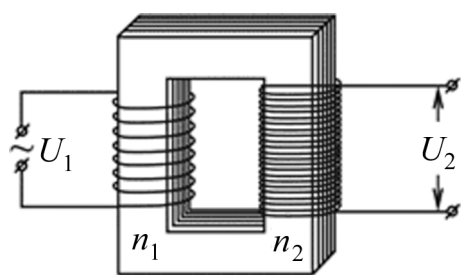


Рис. 27.2

его нагрева токами Фуко. Первичная обмотка содержит n_1 витков, а вторичная – n_2 (рис. 27.2).

Работа трансформатора сопровождается потерями энергии на нагревание обмоток в соответствии с законом Джоуля–Ленца, возникновение вихревых токов в сердечнике, рассеяние магнитного потока, гистерезис. В современных трансформаторах эти потери минимизированы и поэтому мы ограничимся рассмотрением процессов, протекающих в идеальном трансформаторе, т. е. без учета энергетических потерь. Рассмотрим режим работы трансформатора, называемый режимом холостого хода, когда вторичная обмотка разомкнута, а первичная представляет чисто индуктивную нагрузку.

Если к первичной обмотке приложить переменное напряжение $U_1 = U_{01} \sin \omega t$, то в обмотке будет возникать ток I_1 , колебания которого согласно (26.6) отстают по фазе на $\frac{\pi}{2}$ от колебаний напряжения, т. е.

$$I_1 = I_{01} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Первичная обмотка будет пронизываться переменным магнитным потоком $\hat{O}_1 \sim I_1$, т. е.

$$\Phi_1 = \Phi_{01} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

При этом будет возникать ЭДС индукции $\mathcal{E}_1$:

$$\mathcal{E}_1 = -n_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = -n_1 \Phi_{01} \omega \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (27.9)$$

где $\mathcal{E}_{01} = n_1 \Phi_{01} \omega$ – амплитудное значение ЭДС. Таким образом, выражение (27.9) можно представить в виде:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{01} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right), \text{ или } \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{01} \sin(\omega t - \pi). \quad (27.10)$$

Из выражения (27.10) следует, что ЭДС индукции в первичной обмотке находится в противофазе с напряжением. Так как активное сопротивление обмотки ничтожно мало, то ЭДС и напряжение равны по модулю: $|\mathcal{E}_1| = |U_1|$, а с учетом знака

$$\mathcal{E}_1 = -U_1. \quad (27.11)$$

Так как сердечник является идеальным магнитопроводом, то вторичная обмотка пересекается таким же количеством линий магнитной индукции, что и первичная, т. е. $\Phi_1 = \Phi_2$. Во вторичной обмотке возникает ЭДС:

$$\mathcal{E}_2 = n_2 \Phi_{01} \omega \sin(\omega t - \pi) = \mathcal{E}_{02} \sin(\omega t - \pi), \quad (27.12)$$

равная напряжению, так как обмотка разомкнута

$$\mathcal{E}_2 = U_2. \quad (27.13)$$

Разделив выражение (27.10) на (27.12), получим:

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{n_1}{n_2},$$

откуда

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \frac{n_2}{n_1}, \quad (27.14)$$

а с учетом (27.11) и (27.13)

$$U_2 = -U_1 \frac{n_2}{n_1} = -k U_1. \quad (27.15)$$

Знак « $-$ » в выражении (27.15) означает, что напряжения в первичной и вторичной обмотках трансформатора находятся в противофазах. Коэффициент $k = \frac{n_2}{n_1}$ называют *коэффициентом трансформации* трансформатора.

Если $k > 1$, то трансформатор *повышающий*, а если $k < 1$, то трансформатор *понижающий*.

В нагруженном режиме работы трансформатора к концам вторичной обмотки подключается нагрузка и в ней возникает ток

$$I_2 = \frac{U_2}{Z},$$

где Z – полное сопротивление обмотки и нагрузки. Этот ток создает в сердечнике магнитный поток Φ_2 , который, согласно правилу Ленца, противодействует изменению потока Φ_1 , создаваемого первичной обмоткой. Это приводит к уменьшению суммарного магнитного потока в сердечнике и, следовательно, к уменьшению ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_1$. Как только $\mathcal{E}_1$ станет меньше подаваемого напряжения U_1 , то в первичной обмотке возрастет ток, который вызовет увеличение $\mathcal{E}_1$ до значения когда $|\mathcal{E}_1| = |U_1|$. В результате этого, мощность, потребляемая первичной обмоткой, $P_1 = I_1 U_1 \cos \varphi_1$ и мощность на нагрузке $P_2 = I_2 U_2 \cos \varphi_2$ возрастают.

При оптимальной нагрузке трансформатора магнитные потоки, пронизывающие первичную и вторичную обмотки, равны: $\Phi_1 = \Phi_2$, а с учетом формулы (22.3)

$$n_1 L I_1 = n_2 L I_2, \quad (27.16)$$

где L – индуктивность обмоток. Поэтому

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (27.17)$$

т. е. токи в обмотках трансформатора обратно пропорциональны их количеству витков. Это означает, что, повышая с помощью трансформатора напряжение в k раз, во столько же раз уменьшают ток и, следовательно, уменьшают потери энергии в линии электропередач (ЛЭП).

Передача электроэнергии в современных условиях осуществляется в основном с помощью ЛЭП переменного тока. Главным недостатком линий электропередач переменного тока является наличие индуктивного сопротивления, что приводит к сдвигу фаз между колебаниями силы тока и напряжения и к потере мощности. Для уменьшения сдвига фаз между током и напряжением, в начале линии ставят батарею конденсаторов, емкостное сопротивление которой равно индуктивному сопротивлению линии. Благодаря этому, полное сопротивление линии является чисто активным. Поскольку потери электроэнергии в линии электропередачи обусловлены нагреванием проводов ($Q = I^2 R t$, где R – сопротивление ЛЭП), то передача электроэнергии при больших силах тока нецелесообразна; уменьшение сопротивления проводников также невыгодно, поскольку связано как с использованием дорогостоящих материалов, так и с увеличением массы проводов. Поэтому приходится уменьшать силу тока, что приводит к необходимости повышать напряжение на проводах ЛЭП.

На больших электростанциях ставят повышающие трансформаторы, первичная обмотка которых подключается к генератору, а вторичная – к батарее конденсаторов, которая в свою очередь подключается к ЛЭП. Как уже отмечалось, трансформатор повышает напряжение в линии во столько же раз, во сколько уменьшает силу тока. Из-за того что потребители рассчитаны на низкое напряжение и большие токи, в конце ЛЭП ставится понижающий трансформатор, первичная обмотка которого подключена к ЛЭП. Потребители подключаются к концам вторичной обмотки этого трансформатора. Обычно понижение напряжения и соответствующее увеличение силы тока осуществляется в несколько этапов, что дает возможность охватить электрической сетью большие территории. Схема передачи электроэнергии с помощью линии переменного тока показана на (рис. 27.3).

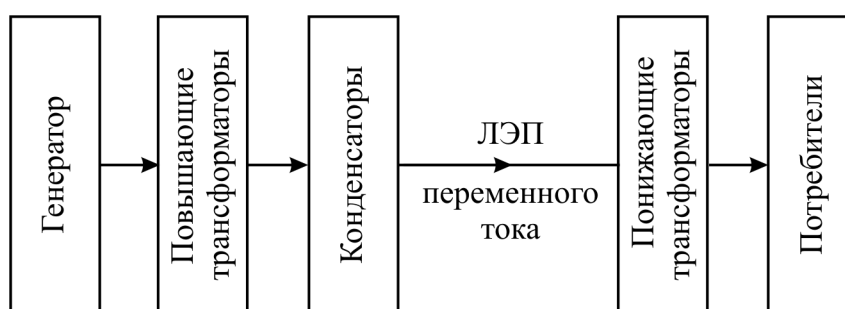


Рис. 27.3

Кроме линий электропередач переменного тока используют также и линии постоянного тока, где отпадает необходимость в синхронизации и строгом поддержании постоянства частоты всех генераторов электростанций, входящих в состав энергосистемы.