

Лекция 29

Электромагнитное поле

Вопросы. Ток смещения. Опыты Роуланда и Эйхенвальда. Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.

29.1. Ток смещения

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в замкнутом контуре при пересечении его изменяющимся магнитным полем возникает индукционный ток (направленное движение зарядов), которое, как известно, может происходить только под действием электрического поля. Однако электростатическое поле в таком проводнике отсутствует. Поэтому движение зарядов происходит под действием поля ЭДС индукции, причина возникновения которой – изменяющееся магнитное поле. Согласно формуле (21.3)

$$\mathcal{E}_{\text{и а}} = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_l E_l dl,$$

где E – напряженность поля, которое не имеет явных источников, а возникает при изменении магнитного потока, который пронизывает проводник. Как отмечалось в параграфе 21.4, такое поле не является потенциальным, и его называют вихревым. Силовые линии такого поля замкнуты.

С учетом того, что магнитный поток (см. формулу (19.3)) равен $\Phi = \oint_S B_n dS$,

выражение (21.3) можно представить в виде:

$$\oint_l E_l dl = -\oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (29.1)$$

Формула (29.1) свидетельствует о том, что изменяющееся во времени магнитное поле порождает в пространстве электрическое поле, независимо от наличия там контура или проводника. Такое заключение сделал впервые Дж. Максвелл в 1860 г. Так как производная $\frac{\partial B}{\partial t}$ – величина переменная, то переменным является и электрическое поле, которое порождается магнитным полем.

Согласно рассуждениям Дж. Максвелла должно существовать и обратное явление: вихревое электрическое поле должно порождать в пространстве изменяющееся магнитное поле. Однако, поскольку магнитное поле создается электрическим током, то изменяющееся вихревое электрическое поле можно представить как некоторый ток, который существует в диэлектрике или вакууме. Дж. Максвелл назвал его *током смещения*.

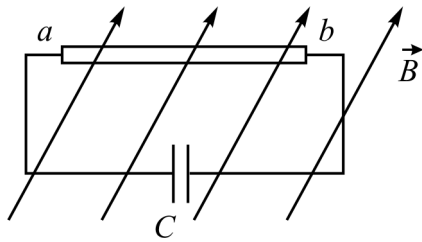


Рис.29.1

Представим проводник ab , который пронизывается переменным магнитным полем $B(t)$ (рис. 29.1).

Под действием вихревого электрического поля, которое возникает в проводнике, его свободные заряды в любой момент времени будут смещаться в направлении одного из его концов – или $a \rightarrow b$, или $b \rightarrow a$ – в такт изменения поля. При этом на концах проводника будет возникать переменная разность потенциалов $\Delta\varphi$. В самом проводнике при этом будет протекать ток проводимости ($I_{\text{п.д.}}$). Этот ток, как показывает опыт, создает переменное магнитное поле. Таким образом, переменное магнитное поле при наличии в нем проводника, порождает переменное электрическое поле и наоборот. Переменные электрическое и магнитное поля не могут существовать друг без друга. Поэтому такое поле называют *электромагнитным*.

Подключим к концам этого проводника конденсатор, емкость которого C значительно больше емкости проводника $C_{\text{п.д.}}$. На обкладках конденсатора возникает переменный заряд q , поверхностная плотность которого

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

где S – площадь обкладок. В конденсаторе возникает переменное электрическое поле, индукция D которого равна:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \sigma = \frac{q}{S}, \quad (29.2)$$

откуда

$$q = DS. \quad (29.3)$$

С учетом (29.3) величина тока смещения в конденсаторе

$$I_{\text{н.д.}} = \frac{dq}{dt} = \frac{dD}{dt} S,$$

а его плотность

$$j_{\text{н.д.}} = \frac{dD}{dt}. \quad (29.4)$$

Из формулы (29.4) следует, что ток смещения существует там, где есть изменение индукции электрического поля.

Очевидно, что в контуре (рис. 29.1) такую же величину и направление, как и ток смещения, будет иметь и ток проводимости. Плотность полного тока в такой цепи равна сумме плотности тока проводимости и тока смещения:

$$j = j_{\text{п.д.}} + j_{\text{н.д.}}. \quad (29.5)$$

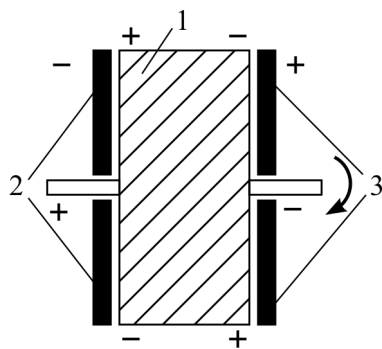


Рис. 29.2

Если ток проводимости создает вокруг себя магнитное поле, то такое же поле должен создать в пространстве и ток смещения. Эту гипотезу впервые высказал Дж. Максвелл, а экспериментально подтвердил в 1903 г. А.А. Эйхенвальд (1863–1944), который продолжал исследования Г. Роуланда (1849–1901) по изучению магнитного поля конвекционных токов.

Цель исследования – создать модель токов смещения и доказать, что ток смещения создает вокруг себя магнитное поле.

Диэлектрический диск 1 вращался с постоянной угловой скоростью в электрическом поле, созданном полудисками 2 и 3 (рис. 29.2).

Направления поля в нижней и верхней частях схемы противоположны. Известно, что диэлектрик во внешнем поле поляризуется. При прохождении точек диска через область зазора между верхними и нижними полудисками происходит смена знака поляризационного заряда. Это аналогично тому, что в области зазора будет течь ток смещения. Исследования показали наличие при этом магнитного поля. Этим было доказано, что изменяющееся электрическое поле в диэлектрике или вакууме создает изменяющееся магнитное поле. Объективно существует электромагнитное поле.

Ток смещения создается в любой среде, поэтому полный ток в среде будет равен:

$$I = I_{\text{св}} + I_{\text{см}}. \quad (29.6)$$

В проводнике $I_{\text{см}} \ll I_{\text{св}}$, в диэлектрике – наоборот $I_{\text{см}} \gg I_{\text{св}}$. В вакууме существует только ток смещения.

29.2. Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла являются результатом обобщения экспериментальных и теоретических данных по электромагнитному полю.

Первое уравнение выражает закон полного тока (см. формулу 19.16):

$$\oint_l H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i.$$

С учетом тока смещения и выражений (29.4), (29.5), (29.6) формулу (19.16) можно представить в виде:

$$\oint_l H_l dl = I_{\text{св}} + I_{\text{см}} = \oint_S (j_{\text{св}})_n dS + \oint_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \quad (29.7)$$

или

$$\oint_l H_l dl = \oint_S \left(j_{\perp} + \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \quad (29.8)$$

где $(j_{\perp})_n$ и $\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n$ – нормальные составляющие плотности тока проводимости и плотности тока смещения. Выражение (29.8) называют *первым уравнением Максвелла в интегральной форме*.

Второе уравнение Максвелла в интегральной форме выражает закон электромагнитной индукции (см. формулу 21.3):

$$\oint_l E_l dl = - \oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (29.9)$$

Третье уравнение выражает теорему Гаусса (см. лекцию 3):

$$\oint_S D_n dS = q,$$

или

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV, \quad (29.10)$$

где ρ – объемная плотность свободных зарядов внутри замкнутой поверхности S , которая охватывает объем V .

Четвертое уравнение выражает теорему Гаусса для переменного магнитного поля. Поскольку в природе не существует «магнитных зарядов», то поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S B_n dS = 0. \quad (29.11)$$

Выражения (29.8)–(29.11) составляют систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Они свидетельствуют о том, что источниками электрического поля могут быть электрические заряды и изменяющиеся во времени магнитные поля. Магнитные поля создаются движущимися электрическими зарядами или изменяющимися во времени электрическими полями. Эти уравнения не симметричны относительно электрического и магнитного полей, потому что в природе существуют только электрические заряды, а магнитных зарядов не существует.

Для представления уравнений Максвелла в *дифференциальной форме*, используют теоремы Стокса и Остроградского–Гаусса, где оперируют понятиями *ротора* и *дивергенции* вектора $\vec{a}$ силового поля:

$$(\text{rot } a)_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint a_l dl}{\Delta S}, \quad (29.12)$$

$$\operatorname{div} a = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S a_n dS}{\Delta V}, \quad (29.13)$$

где $(\operatorname{rot} a)_n$ – проекция вектора $\operatorname{rot} a$ на положительную нормаль к контуру.

Теорема Стокса связывает линейный интеграл с поверхностным. Согласно этой теореме циркуляция вектора $\vec{a}$ по некоторому замкнутому контуру равна интегралу по поверхности, которая опирается на этот контур, от нормальной составляющей $((\operatorname{rot} a)_n)$:

$$\oint_l a_l dl = \oint_S (\operatorname{rot} a)_n dS. \quad (29.14)$$

Теорема Остроградского–Гаусса связывает поверхностный интеграл с объемным и утверждает, что интеграл от нормальной составляющей вектора $\vec{a}$ по замкнутой поверхности S , равен интегралу по объему V , охваченному этой поверхностью, от дивергенции вектора $\vec{a}$:

$$\oint_S a_n dS = \int_V \operatorname{div} a dV. \quad (29.15)$$

Подставив выражение (29.14) в (29.8), получим:

$$\oint_S (\operatorname{rot} H)_n dS = \oint_S \left(j_{i\delta} + \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS. \quad (29.16)$$

Интегралы правой и левой частей выражения (29.16) берутся по одной и той же произвольной поверхности, поэтому

$$\operatorname{rot} H = j_{i\delta} + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (29.17)$$

Таким же образом вместо выражения (29.9) можно записать:

$$\oint_S (\operatorname{rot} E)_n dS = - \oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS, \quad (29.18)$$

откуда

$$\operatorname{rot} E = - \frac{\partial B}{\partial t}. \quad (29.19)$$

Используя теорему Остроградского–Гаусса в виде (29.15) для выражений (29.10) и (29.11), получим:

$$\operatorname{div} D = \rho, \quad (29.20)$$

$$\operatorname{div} B = 0. \quad (29.21)$$

Уравнения (29.17), (29.19), (29.20), (29.21) составляют систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме, однако они не образуют полной системы уравнений электромагнитного поля, так как не содержат постоянных, характеризующих свойства среды, в которой возбуждено поле. Поэтому их дополняют

соотношениями, в которые эти постоянные входят. Эти соотношения называются *материальными уравнениями*. Для изотропных неферромагнитных и несегнето-электрических сред они имеют вид:

$$j = \sigma E, \quad (29.22)$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E, \quad (29.23)$$

$$B = \mu_0 \mu H. \quad (29.24)$$

Уравнения Максвелла и материальные уравнения образуют полную систему уравнений электромагнитного поля.