Лекция 6
Электроемкость. Конденсаторы

Вопросы. *Электроемкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов в батарее.*

6.1. Электроемкость уединенного проводника

Сообщенный уединенному проводнику заряд распределяется по его поверхности так, что напряженность электрического поля внутри него равна нулю. Уединенным называют проводник, который расположен так далеко от других тел, что они не влияют на распределения на нем заряда. Если такому проводнику сообщить дополнительный заряд, то он опять распределится на его поверхности с разной плотностью согласно условиям равновесия заряда в проводнике (5.1) и (5.2):

$$E = 0 \text{ и } E_n = E.$$

В любой точке проводника поверхностная плотность заряда пропорциональна величине заряда. При увеличении заряда проводника в несколько раз согласно формуле

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

во столько же раз возрастет и напряженность электрического поля у поверхности проводника, и его потенциал. Таким образом, потенциал уединенного проводника пропорционален сообщенному ему заряду:

$$\varphi = \frac{1}{\tilde{N}} Q.$$

Коэффициент

$$\tilde{N} = \frac{Q}{\varphi} \qquad (6.1)$$

называют *электроемкостью*, или просто *емкостью уединенного проводника*. Численно он равен электрическому заряду, который повышает потенциал проводника на единицу. Электроемкость проводника не зависит от материала, из которого он изготовлен, не зависит от агрегатного состояния материала проводника, но зависит от его размеров и формы. Единицей измерения электрической емкости в системе СИ служит *фарад*. Согласно (6.1)

$$[\tilde{N}] = \frac{1\hat{E}\ddot{e}}{1\hat{A}} = 1\hat{O} \text{ (фарад)}.$$

1 фарад – электроемкость такого проводника, при сообщении которому заряда в 1 кулон его потенциал возрастает на 1 вольт. 1 фарад очень большая величина. На практике для оценки электроемкости обычно употребляются дольные

величины: 1 микрофарад (1 мкФ = $1\cdot10^{-6}$ Ф), 1 нанофарад (1 нФ = $1\cdot10^{-9}$ Ф) и т. д. Для оценки единицы измерения емкости 1 Ф рассмотрим электроемкость уединенного шара. Для этого сообщим шару с радиусом R заряд Q.

Тогда напряженность электрического поля, создаваемого шаром на расстоянии r, определяется формулой (см. лекцию 3)

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

С другой стороны, используя связь между вектором напряженности электрического поля и его потенциалом, получим:

$$\varphi - \varphi_\infty = \int_R^\infty E_r\,dr = \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Bigg|_R^\infty = \left|\varphi_\infty = 0\right| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (6.2)$$

Подставив 6.2 в 6.1, получим:

$$\tilde{N} = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 R. \qquad (6.3)$$

Из формулы (6.3) рассчитаем радиус проводника, который обладал бы электроемкость в 1 Ф.

$$R = \frac{\tilde{N}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 9\cdot10^{9}\text{ì} = 9\cdot10^{6}\text{êì}.$$

Вспомним, что радиус Земли равен 6400 км.

6.2. Конденсаторы

Способность уединенных проводников накапливать электрические заряды ограничена. Например, проводящий шар с радиусом равным радиусу Земли имеет емкость всего в 700 мкФ. На практике же требуются устройства, способные накапливать значительные заряды. В основы конструкции таких устройств, называемых конденсаторами, положен тот факт, что электроемкость проводника в окружении других тел возрастает. Объясняется это тем, что под действием электрического поля заряженного проводника, на поднесенных к нему телах, если это проводники, возникают индуцированные заряды, а если диэлектрики – поляризационные (о последних речь пойдет в следующих лекциях). Заряды противоположные по знаку заряду проводника располагаются к нему ближе, а одноименные дальше. Ближние оказывают большее влияние на потенциал проводника, поскольку он представляет алгебраическую сумму потенциалов полей, создаваемых всеми зарядами (см. (4.11)) и рис. 6.1. В таком случае потенциал проводника понижается и согласно (6.3) возрастает его электроемкость.

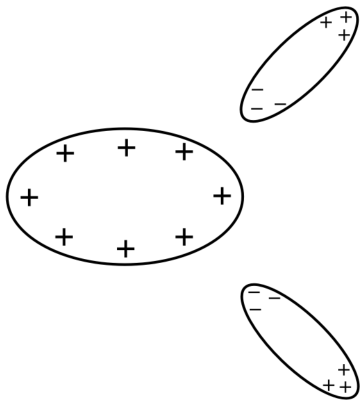

Рис. 6.1

Технический конденсатор представляет собой систему из двух проводников, расположенных близко друг от друга и имеющих такую форму, что электрическое поле, созданное накопленными на них зарядами, равными по величине и противоположными по знаку, сосредоточено в ограниченном пространстве между ними. Проводники в таком случае называют обкладками конденсатора. Линии напряженности электрического поля конденсатора начинаются на обкладке, заряженной положительно, и заканчиваются на обкладке, заряженной отрицательно.

Сообщение конденсатору заряда называют зарядкой. ***Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из его обкладок.*** Чтобы зарядить конденсатор, достаточно сообщить заряд одной из его обкладок, а другую заземлить. Эффективнее зарядка конденсатора происходит при подключении его обкладок к разноименным клеммам источника постоянного тока.

Электроемкостью конденсатора называется величина

$$\tilde{N} = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \qquad (6.4)$$

где Q – заряд конденсатора; $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между его обкладками. Чаще в (6.4) применяется величина $U = \varphi_1 - \varphi_2$, называемая напряжением между обкладками. Тогда формула (6.4) приобретает вид:

$$C = \frac{Q}{U}. \qquad (6.5)$$

Электроемкость конденсатора измеряется в тех же единицах, что и электроемкость уединенного проводника, в фарадах. Она зависит от формы обкладок, их размеров и диэлектрика, расположенного между обкладками. Пока мы рассматриваем электрические поля в вакууме. Вопрос о том, как изменяется электрическое поле, при внесении в него диэлектрика, будет рассматриваться ниже.

В зависимости от формы промышленностью выпускаются плоские, сферические и цилиндрические конденсаторы.

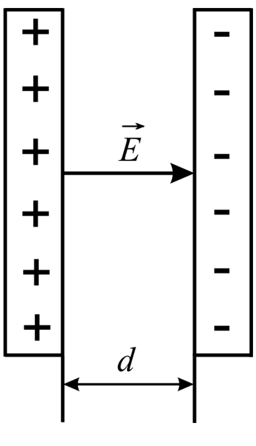

Рис. 6.2

Плоский конденсатор. Представляет собой систему из двух проводящих пластин площадью S каждая (рис. 6.2).

Поскольку, расстояние между обкладками конденсатора мало по сравнению с их площадью, граничными эффектами можно пренебречь. В таком случае, для расчета напряженности поля между обкладками плоского конденсатора можно использовать формулу для расчета напряженности электрического поля между двумя бесконечно большими, заряженными противоположными по знаку зарядами плоскостями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где σ – плотность заряда распределенного на обкладках конденсатора. Напряжение между обкладками конденсатора

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E \cdot dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_0^d dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d\,.$$

Подставив последнее выражение в (6.5), получим выражение для расчета электроемкости плоского конденсатора:

$$\tilde{N} = \frac{Q}{U} = \frac{Q\varepsilon_0}{\sigma d} = \left|\sigma = \frac{Q}{S}\right| = \frac{Q\varepsilon_0 S}{Qd} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\,. \qquad (6.6)$$

Из формулы (6.6) следует, что размерность электрической постоянной ε_0 равна размерности емкости, деленной на размерность длины

$$\left[\varepsilon_0\right] = \frac{1\hat{\text{O}}}{1\text{ì}} = 1\,\hat{\text{O}}/\text{ì}\ \ .$$

Сферический конденсатор. Аналогично предыдущей выводится формула для емкости сферического конденсатора, который представляет собой систему из двух концентрических проводящих сфер (рис. 6.3).

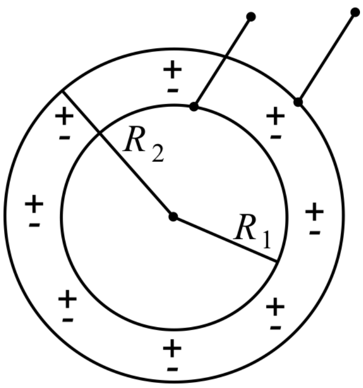

Рис. 6.3

Электрическое поле между обкладками согласно теореме Гаусса целиком определяется зарядом, распределенным на внутренней сфере конденсатора

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,.$$

Напряжение между обкладками

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Bigg|_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

После подстановки в (6.5) получим:

$$\tilde{N} = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (6.7)$$

или

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}}\,. \qquad (6.8)$$

При $R_2 \Rightarrow \infty$ формула (6.8) превращается в (6.3), в формулу для расчета электроемкости уединенного шара.

Если же $R_2 - R_1 = d$, которое при этом много меньше R_1 $(d \prec\prec R_1)$, то $R_1 \approx R_2 = R$ и

$$C = \frac{\varepsilon_0 4\pi R^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} -$$

емкость плоского конденсатора.

Цилиндрический конденсатор. Представляет собой систему из двух коаксиальных цилиндров (рис. 6.4).

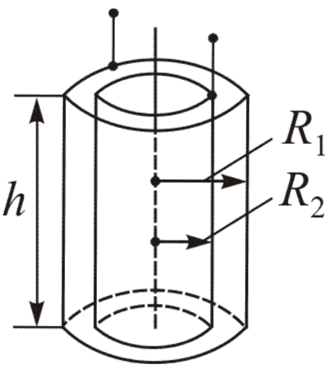

Рис.6.4

Цилиндрические конденсаторы изготавливаются при условии, что $h \succ\succ R_2 - R_1 = d$. Электрическое поле между обкладками целиком определяется зарядом внутреннего цилиндра

$$\mathring{A} = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rh},$$

где $Q = \gamma h$ – заряд конденсатора; γ – заряд, приходящийся на единицу длины обкладки.

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln\frac{R_2}{R_1},$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln\dfrac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}. \qquad (6.9)$$

Если $d \prec\prec R_1$, то согласно формуле $\ln(1+x) \approx x$ при $x \prec\prec 1$

$$\ln\frac{R_2}{R_1} = \ln\left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1}\right) = \ln\left(1 + \frac{d}{R_1}\right) = \frac{d}{R_1};$$

(6.9) превращается в формулу для расчета электроемкости плоского конденсатора:

$$\tilde{N} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h R_1}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d},$$

где $S = 2\pi R_1 h$ – площадь боковой поверхности цилиндра.

Кроме электроемкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением, которое можно подавать на его обкладки. В случае превышения этого напряжения конденсатор выходит из строя (происходит так называемый пробой конденсатора).

6.3. Соединение конденсаторов

При использовании конденсаторов их часто соединяют в батареи. Соединение конденсаторов может быть параллельным, последовательным и комбинированным.

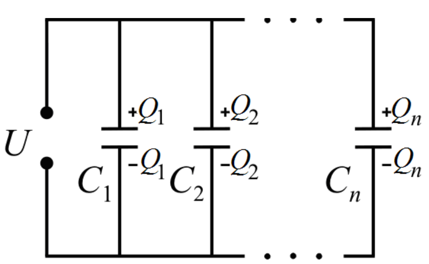

Рис. 6.5

Параллельное соединение конденсаторов. При параллельном соединении конденсаторов (рис. 6.5) напряжение на всех конденсаторах одинаковое, а заряды в таком случае равны

$$Q_1 = C_1U\,;\; Q_2 = C_2U\,,\; \ldots,\; Q_n = C_nU\,.$$

Заряд батареи равен сумме зарядов, накопленных на каждом конденсаторе:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = C_1U + C_2U + \ldots + C_nU = U\sum_{i=1}^{n} C_i\,.$$

Емкость батареи:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{U\sum\limits_{i=1}^{n} C_i}{U} = \sum_{i=1}^{n} C_i\,. \tag{6.10}$$

Согласно формуле (6.10) параллельное соединение применяется для увеличения емкости батареи.

Последовательное соединение конденсаторов. Последовательное соединение конденсаторов применяется тогда, когда во избежание пробоя большую разность потенциалов требуется распределить между несколькими конденсаторами (рис. 6.6).

При последовательном соединении на всех конденсаторах находится одинаковый заряд Q. Если на левую пластину первого конденсатора поместить заряд $+Q$, то вследствие электростатической индукции на его правой пластине появится заряд $-Q$, а на левой пластине второго конденсатора согласно закону сохранения заряда – заряд $+Q$. Наличие этого заряда снова вызовет появление на правой пластине наведенного заряда. Процесс распространяется на все включенные в батарею конденсаторы. Тогда все конденсаторы будут обладать одинаковым зарядом Q. Более того, общий заряд батареи также равен Q. Напряжение на каждом конденсаторе определяется его электроемкостью:

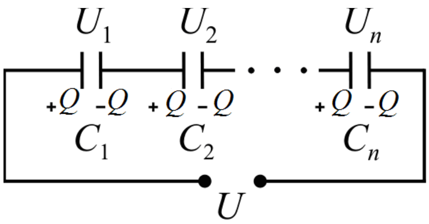

Рис. 6.6

$$U_1 = \frac{Q}{C_1},\; U_2 = \frac{Q}{C_2},\; \ldots,\; U_n = \frac{Q}{C_n}.$$

Напряжение батареи

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \sum_{i=1}^{n} U_i = Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Электроемкость батареи определяется выражением

$$\tilde{N} = \frac{Q}{U}.$$

Сравнивая последние два выражения, получим формулу для расчета электроемкости батареи из последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{\tilde{N}} = \frac{1}{\tilde{N}_1} + \frac{1}{\tilde{N}_2} + \cdots + \frac{1}{\tilde{N}_ð} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}. \tag{6.11}$$

Из формулы (6.11) следует, что ***электроемкость батареи, составленной из группы последовательно соединенных конденсаторов, всегда меньше электроемкости любого из этих конденсаторов***.

На практике наиболее часто ***применяется комбинированное соединение*** конденсаторов. В таком случае расчет емкости батареи осуществляется с помощью формул (6.10) и (6.11).