Лекция 7
Электрическое поле в диэлектриках

Вопросы. *Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость. Электрическое поле в диэлектриках. Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для поля в диэлектриках.*

7.1. Диэлектрики. Поляризация диэлектриков

В предыдущих лекциях рассматривались электрические поля, создаваемые заряженными телами в вакууме. Еще Фарадеем в середине XIX века было замечено, что если между обкладками конденсатора поместить вместо воздуха какое-либо непроводящее вещество, то заметно возрастает его электроемкость. Вещества неспособные проводить электрический ток называют *диэлектриками*. В отличие от проводников в идеальных диэлектриках отсутствуют свободные заряды. Заряды, входящие в состав атомов и молекул диэлектрика тесно связаны между собой и могут освободиться только под действием очень сильных полей. Такие заряды называются *связанными*. В реальных диэлектриках на их поверхности, а в некоторых и внутри в небольшом количестве могут присутствовать и *свободные* заряды.

Внесенные во внешнее электрическое поле, диэлектрики испытывают изменение, называемое *поляризацией*. Если к заряженному электрометру поднести толстую диэлектрическую пластину, то его показания уменьшаться. Объяснить явление можно возникновением на нижней части пластины заряда противоположного заряду электрометра. Соответственно, на верхней части пластины появиться заряд одного знака с зарядом электрометра (рис. 7.1).

Явление возникновения зарядов противоположного знака на противоположных концах диэлектрика при внесении его во внешнее электрическое поле называется *поляризацией диэлектрика*.

Механизм поляризации диэлектриков определяется строением их молекул. Известно, что атом или молекула любого вещества являются электрически нейтральными. Однако центры распределения положительных и отрицательных зарядов в них могут совпадать, или не совпадать. В первом случае молекулы называются неполярными, а во втором – полярными.

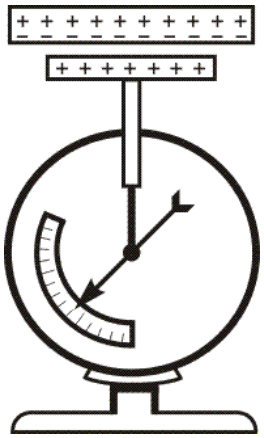

Рис. 7.1

К неполярным относятся следующие вещества: H_2, N_2, CO_2, CH_4 и т. д. На рис. 7.2 показана схема поляризации такой молекулы. В электрическом поле на ядро действует сила, стремящаяся вытолкнуть его из поля. Вращающиеся вокруг ядра электроны, она стремится втянуть в поле. В результате, орбиты электронов вытягиваются, и центры распределения зарядов перестают совпадать. Молекула становится диполем.

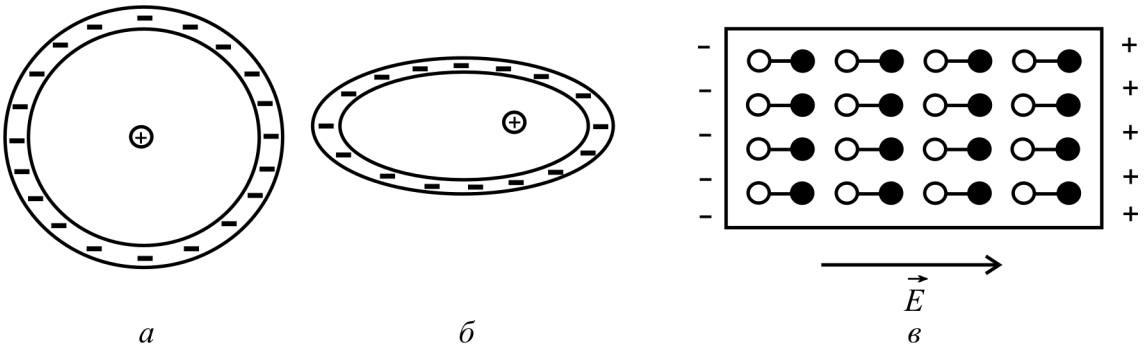

Рис. 7.2

При внесении такого диэлектрика во внешнее поле все его молекулы становятся диполями и на противоположных поверхностях диэлектрика появляются нескомпенсированные заряды: слева – отрицательный, справа – положительный (рис. 7.2).

Такой вид поляризации называется *поляризацией смещения* или *электронной поляризацией*. Степень поляризации смещения зависит от вида диэлектрика, напряженности внешнего поля и практически не зависит от температуры.

У полярных диэлектриков центры распределения положительных и отрицательных зарядов в молекулах не совпадают. К таким веществам относятся вода, спирт, ацетон, эфир, соляная кислота и т. д. В электрическом поле на каждую молекулу, как и на любой диполь, будет действовать вращательный момент (см. лекция 2, (2.7)). В результате каждый диполь будет стремиться разместиться параллельно полю (рис. 7.3). Межмолекулярные связи и тепловое движение молекул будут препятствовать этому. В результате их переориентация будет неполной, однако, в среднем число диполей, ориентированных вдоль поля позволят возникнуть на противоположных гранях диэлектрика поляризационным зарядам. Такой вид поляризации называется *ориентационным* или *дипольным*. Степень ориентационной поляризации зависит от температуры, рода диэлектрика и напряженности внешнего электрического поля. Все полярные диэлектрики в той или иной степени подвержены и электронной поляризации.

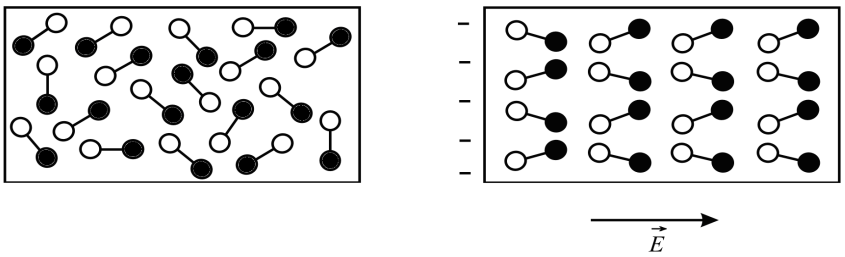

Рис. 7.3

При удалении диэлектриков из электрического поля их поляризация исчезает, так как тепловое движение молекул разрушает ориентацию диполей у полярных диэлектриков, а у неполярных – молекулы приобретают свою обычную форму.

Для характеристики электрических свойств диэлектриков служит физическая величина, называемая *диэлектрической проницаемостью*. Диэлектрическая проницаемость ε – физическая величина, которая показывает, во сколько раз увеличивается емкость конденсатора при заполнении пространства между его обкладками диэлектриком. Для всех без исключения веществ $\varepsilon \succ 1$, для вакуума $\varepsilon = 1$. Для полярных диэлектриков ε, как правило, несколько выше, чем для неполярных. В таблице 7.1 приведены значения диэлектрической проницаемости для некоторых веществ.

Таблица 7.1

Вещество	ε	Вещество	ε	Вещество	ε
Воздух (при нормальных условиях)	1,0006	Слюда	6–7	Керосин	2,0
Сера	4	Стекло	5,5–7	Вода	81
Воск	7,8	Фарфор	5,7–6,3	Янтарь	12
Парафин	2,1	Эбонит	2,5		

Емкость плоского конденсатора в вакууме определяется выражением:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d},$$

а при внесении в пространство между его обкладками диэлектрика

$$C = \varepsilon C_0 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (7.1)$$

При этом заряд на обкладках конденсатора не изменяется. Согласно выражению $\tilde{N} = \frac{Q}{U}$ в ε раз должна уменьшиться разность потенциалов между его обкладками, а, следовательно, и напряженность поля, поскольку $E = \frac{U}{d}$. Таким образом, диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз напряженность одного и того же поля в вакууме больше, чем в диэлектрике. Теперь мы можем все известные нам формулы расчета электрических полей и взаимодействий в вакууме переписать для диэлектриков:

- закон Кулона:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r};$$

- напряженность поля, создаваемого точечным зарядом:

$$\vec{E} = \frac{F}{q_{\text{ï ð}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r};$$

- напряженность поля электрического диполя:

$$Å = \frac{P}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\varphi + 1};$$

- потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{Q}{r};$$

- потенциал поля электрического диполя и т. д.:

$$\varphi = \frac{P\cos\alpha}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Для количественной характеристики степени поляризации служит *поляризованность* – векторная величина, равная отношению суммы электрических моментов молекул, заключенных в физически малом элементе диэлектрика, содержащем данную точку, к объему этого элемента:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{\Delta V}\vec{p}_i}{\Delta V}, \qquad (7.2)$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент *i*-й молекулы.

Если поляризованность имеет одно и то же значение по всему объему диэлектрика, то поляризацию называют однородной и (7.2) имеет вид:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{V}\vec{p}_i}{V}. \qquad (7.3)$$

В противном случае поляризацию называют неоднородной. Размерность вектора поляризованности:

$$\left[\vec{P}\right] = \frac{\left[\vec{P}\right]}{[V]} = \frac{1\hat{E}\ddot{e}\cdot\grave{i}}{1\grave{i}^3} = 1\,\hat{E}\ddot{e}/\grave{i}^2.$$

Нетрудно заметить, что размерность поляризованности диэлектрика совпадает с размерностью поверхностной плотности зарядов (см. лекцию 3). Между этими величинами существует простая связь. Если поляризация однородная, то поляризационные заряды возникают только на поверхности диэлектрика. Если поляризация неоднородная, то нескомпенсированные поляризационные заряды возникают и внутри его. В связи с этим отличают поверхностные и объемные

поляризационные заряды. Суммарный поляризационный заряд диэлектрика в силу действия закона сохранения заряда равен нулю:

$$\int_V \rho_{\text{ï}}\, dV + \int_S \sigma_{\text{ï}}\, dS = 0, \tag{7.4}$$

где $\sigma_{\text{ï}}$ – поверхностная плотность поляризационных зарядов; $\rho_{\text{ï}}$ – объемная плотность поляризационных зарядов; V – объем образца диэлектрика; S – площадь его поверхности. При однородной поляризации объемные заряды не возникают и каждое слагаемое в (7.4) равно нулю. При неоднородной поляризации нулю равна сумма, и тогда поверхностный поляризационный заряд равен объемному:

$$\int_V \rho_{\text{ï}}\, dV = -\int_S \sigma_{\text{ï}}\, dS. \tag{7.5}$$

Пусть большая плоскопараллельная пластина из однородного диэлектрика находится в однородном электрическом поле. Поляризация диэлектрика при таких условиях будет однородной. Мысленно выделим в пластине цилиндрический объем ΔV таким образом, что его боковые поверхности параллельны вектору напряженности поля $\vec{E}$ (рис. 7.4). На гранях оснований цилиндра, площадь которых ΔS возникнут поляризационные заряды с поверхностной плотностью $+\sigma_{\text{ï}}$ и $-\sigma_{\text{ï}}$. Цилиндр приобретает электрический момент $\partial = \sigma_{\text{ï}}\, \Delta S l$. Поляризованность цилиндра:

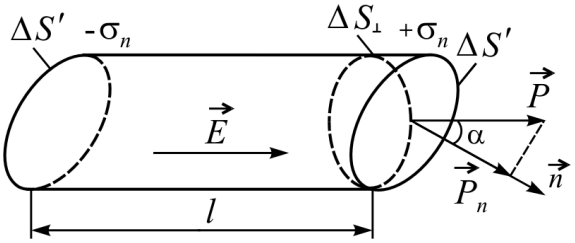

Рис. 7.4

$$P = \frac{p}{\Delta V} = \frac{\sigma_{\text{ï}}\, \Delta S l}{\Delta V}.$$

Объем цилиндра $\Delta V = \Delta S_{\perp} l = \Delta S l \cos\alpha$, где α – угол между вектором нормали к положительно заряженному основанию цилиндра и вектором $\vec{P}$. В таком случае

$$P = \frac{\sigma_{\text{ï}}\, \Delta S l}{\Delta S l \cos\alpha} = \frac{\sigma_{\text{ï}}}{\cos\alpha}, \text{ или } \sigma_{\text{ï}} = P\cos\alpha = P_{\text{í}}, \tag{7.6}$$

где $P_{\text{í}}$ – проекция вектора $\vec{P}$ на направление нормали к поверхности ΔS. Формула (7.6) получена для положительно заряженного основания цилиндра, но она справедлива и для отрицательно заряженного основания. На боковой поверхности цилиндра поверхностная плотность зарядов и нормальная составляющая вектора поляризованности равны нулю.

7.2. Электрическое поле внутри диэлектриков

В диэлектриках в отличие от металлов электрическое поле не равно нулю. Возникающие в процессе поляризации связанные заряды лишь ослабляют внешнее поле. Для расчета полей в диэлектриках применяется теорема Гаусса, которая учитывает не только свободные заряды, но и поляризационные. Мысленно выделим в диэлектрике произвольный объем V, ограниченный поверхностью S. Теорема Гаусса для данного объема запишется в виде:

$$\oint_S E_n\, dS = \frac{Q + Q_n}{\varepsilon_0}, \tag{7.7}$$

где $Q_n = \int_V \rho_{ï}\, dV$ – полный поляризационный заряд в объеме V; ρ_n – объемная плотность этого заряда. Уравнение (7.7) можно переписать:

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n\, dS = Q + \int_V \rho_n\, dV. \tag{7.8}$$

Учитывая (7.4), последнее выражение можно преобразовать:

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n\, dS = Q - \int_S \sigma_n\, dS,$$

или, учитывая (7.6),

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n\, dS + \int_S P_n\, dS = Q. \tag{7.9}$$

Поскольку поток вектора напряженности через боковую поверхность мысленно выделенного цилиндра равен нулю, (7.9) преобразуем:

$$\int_S \varepsilon_0 E_n\, dS + \int_S \eth_n\, dS = \int_S \left(\varepsilon_0 E_n + P_n\right) dS = Q. \tag{7.10}$$

Введем новую физическую величину – *вектор электрического смещения*:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \tag{7.11}$$

С учетом (7.11) формула (7.10) приобретет вид:

$$\int_S \left(D_n\right) dS = Q. \tag{7.12}$$

Выражение (7.12) представляет собой *теорему Гаусса для поля в диэлектрике*: ***поток вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, которые находятся внутри объема диэлектрика охваченного этой поверхностью.***

Размерность вектора электрического смещения такая же, как и вектора поляризованности:

$$\left[D\right] = 1\,\hat{\mathrm{E}}\ddot{e}/\grave{\imath}^{\,2}.$$

7.3. Связь между векторами напряженности и электрического смещения. Электрическая восприимчивость

Вектором электрического смещения удобно пользоваться в диэлектриках, потому что его силовые линии начинаются и заканчиваются только на свободных зарядах (в отличие от линий вектора напряженности). В вакууме связь между этими величинами совсем простая. В вакууме нет молекул. Следовательно, вектор поляризованности равен нулю. Тогда согласно (7.11)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}. \tag{7.13}$$

Связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в диэлектриках установлена экспериментально. И для полярных, и для неполярных диэлектриков, которые находятся в не слишком сильных электрических полях, выполняется условие:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \tag{7.14}$$

коэффициент пропорциональности χ называется *электрической восприимчивостью* диэлектрика. Линейная зависимость (7.14) объясняется тем, что напряженность электрического поля способного вызывать поляризацию диэлектрика значительно меньше напряженностей электрических полей внутри атомов и молекул. Надо думать, что в очень сильных электрических полях равенство (7.14) выполняться не будет.

Найдем связь между диэлектрической проницаемостью и электрической восприимчивостью диэлектрика. Подставим (7.14) в (7.11)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}. \tag{7.15}$$

Докажем равенство $\varepsilon = 1 + \chi$.

В плоском конденсаторе, где поле однородное, выполняется равенство

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon},$$

где E_0 – напряженность электрического поля между обкладками конденсатора в вакууме, E – напряженность электрического поля между обкладками конденсатора при наличии там диэлектрика с проницаемостью ε.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \tag{7.16}$$

Выразим E_0 из (7.13), E из (7.15) и подставим в (7.16):

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{D}{\varepsilon_0}}{\dfrac{D}{\varepsilon_0 (1 + \chi)}} = 1 + \chi. \tag{7.17}$$

Из (7.17) следует, что электрическая восприимчивость, как и диэлектрическая проницаемость – величина безразмерная.

Таким образом, в однородным неограниченном изотропном диэлектрике связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$ простая: они имеют одно и то же направление и отличаются только множителем $\varepsilon\varepsilon_0$.