Тема 4. Механика жидкостей

§ 4.1. Давление в неподвижной жидкости

Давление – величина, равная силе давления, действующей перпенди-кулярно на единицу площади поверхности.

Для *твердого* тела (рис. 4.1):

$$P = \frac{F}{S} \qquad (4.1)$$

В СИ $[P] = 1\frac{Н}{м^2} = 1Па$.

Если в сосуде находится жидкость (рис. 4.2), то давление:

$$P = \frac{mg}{S} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{S} = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S}$$

Тогда давление, оказываемое столбом жидкости высотой *h*, вычисляется как

$$P = \rho g h. \qquad (4.2)$$

Это давление (4.2) называется *гидростатическим давлением.* Здесь

ρ – плотность жидкости;

g – ускорение свободного падения;

h – высота столба жидкости.

Зависимость гидростатического давления P от глубины h представлена на рисунке 4.3.

Если на свободную поверхность жидкости давит атмосфера с давлением $P_{атм}$., то полное давление в произвольной точке жидкости на глубине *h*:

$$P_{полн} = P_{атм} + P = P_{атм} + \rho g h \qquad (4.3)$$

Давление в жидкости (и в газе) подчиняется *закону Паскаля* (Блез Паскаль – французский математик и физик): *жидкости (и газы) передают оказываемое на них давление равномерно по всем направлениям.*

На законе Паскаля основано действие гидравлических прессов, пневматических и гидравлических тормозов.

Можно доказать, что на всякое погруженное в жидкость (или газ) тело действует *выталкивающая (архимедова) сила,* направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (или газа) в объеме, равном объему погруженной части тела.

Выталкивающая сила возникает потому, что давление в жидкости (газе) возрастает с глубиной (рис. 4.4). Поэтому направленное вверх давление на нижнюю поверхность погруженного тела больше, чем давление жидкости на верхнюю поверхность. На верхний торец тела высотой жидкость действует с силой

(4.4)

направленной вниз. Снизу на тело действует сила

. (4.5)

Так как , то , а значит .

Равнодействующая этих сил и есть *выталкивающая сила*

, (4.6)

где – объем тела,

— плотность жидкости (газа).

Итак, выталкивающая сила (*сила Архимеда*):

(4.7)

Так как — масса жидкости в объеме погруженной части тела, то правая часть (4.7) представляет – вес жидкости, вытесненной погруженной частью тела. Тогда закон, открытый впервые *Архимедом,* звучит следующим образом: *на тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа), направленная вертикально вверх и приложенная к центру тяжести погруженной части тела.* Этот закон носит название *закона Архимеда.*

§ 4.2. Стационарное течение жидкости. Условие неразрывности струи

Движение несжимаемых жидкостей и их взаимодействие с твердыми телами изучает *гидродинамика* (от греческого hydor — вода, dynamis — сила).

Приведем основные понятия гидро (аэро) динамики.

Идеальная жидкость – воображаемая жидкость, лишенная вязкости и теплопроводности.

В идеальной жидкости отсутствует внутреннее трение, т.е. нет касательных напряжений между двумя соседними слоями, она непрерывна и не имеет структуры. Такая идеализация допустима во многих случаях течения, рассматриваемых в гидромеханике, и дает хорошее описание реальных течений жидкостей и газов на достаточном удалении от омываемых твердых поверхностей и поверхностей раздела с неподвижной средой.

Рельная жидкость *вязкая*: в движущейся жидкости всегда возникают силы внутреннего трения (вязкости).

Рельная жидкость *сжимаема*: ее объем уменьшается, а плотность увеличивается с повышением давления. Однако сжимаемость жидкости очень мала.

Если скорость жидкости в каждой точке расматриваемого объема не изменяется с течением времени, то такое течение называют *установившимся (стационарным).*

Графически стационарное течение жидкости можно представить с помощью линий тока. *Линия тока* — линия, в каждой точке которой касательная совпадает с вектором скорости движения частицы жидкости в данный момент времени.

При установившемся движении траектории частиц жидкости совпадают с линиями тока. Густота линий тока пропорциональна скорости движения частиц жидкости (рис. 4.5).

Часть потока жидкости, ограниченная линиями тока, называется *трубкой тока* (рис. 4.6).

Под *струей жидкости* понимают часть потока жидкости, текущей внутри трубки тока.

Представим себе трубку тока с сечениями $S1$ и $S2$, расположенные перпендикулярно к направлению скорости (рис. 4.6). Пусть скорости течения жидкости в этих сечениях соответственно равны υ_1 и υ_2.

Тогда *масса жидкости,* прошедшая за 1 с через *первое* сечение $S1$, равна

$m_1 = \rho_1 \cdot \upsilon_1 \cdot S_1$,

а *масса* жидкости, прошедшая за 1 с $\left(\rho = \dfrac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot \upsilon \cdot \Delta t \right)$ через *второе* сечение S_2:

$m_2 = \rho_2 \cdot \upsilon_2 \cdot S_2$,

где ρ_1 и ρ_2 – плотность жидкости в I и II сечениях соответственно (если жидкость сжимаема).

Для установившегося движения жидкости массы $m1$ и $m2$ должны быть одинаковы, т. к. жидкость не накапливается, т. е.

$$m_1 = m_2 .$$

Тогда

$$\rho_1 \cdot \upsilon_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot \upsilon_2 \cdot S_2 \qquad (4.1)$$

(4.1) – *уравнение* неразрывности струи *для сжимаемой жидкости.*

Для *несжимаемой* жидкости ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) *уравнение неразрывности струи* (теорема Эйлера):

$$\upsilon_1 \cdot S_1 = \upsilon_2 \cdot S_2 \qquad (4.2)$$

или

$$\upsilon \cdot S = const \qquad (4.3)$$

произведение величины скорости течения *несжимаемой жидкости* на величину поперечного сечения трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.

Из соотношения (4.3) следует, что

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{S_2}{S_1} , \qquad (4.4)$$

то есть, где сечение трубки тока больше, там скорость движения частиц жидкости меньше, и наоборот.

Величина $S \cdot \upsilon = Q$ называется *объемным расходом жидкости.*

На практике в качестве трубки тока можно с приближением рассматривать русло реки или трубку, по которой перетекает жидкость. Поток воды в *узком месте* бывает настолько *сильный*, что свободно сносит многотонные глыбы, затрудняя работу по завершению перекрытия плотины.

§ 4.3. Уравнение Бернулли (1738 г.)

Бернулли (1700–1782) – член Петербургской АН

Уравнение Бернулли – основной закон гидродинамики, устанавливающий зависимость между скоростью стационарного потока идеальной несжимаемой жидкости и давлением.

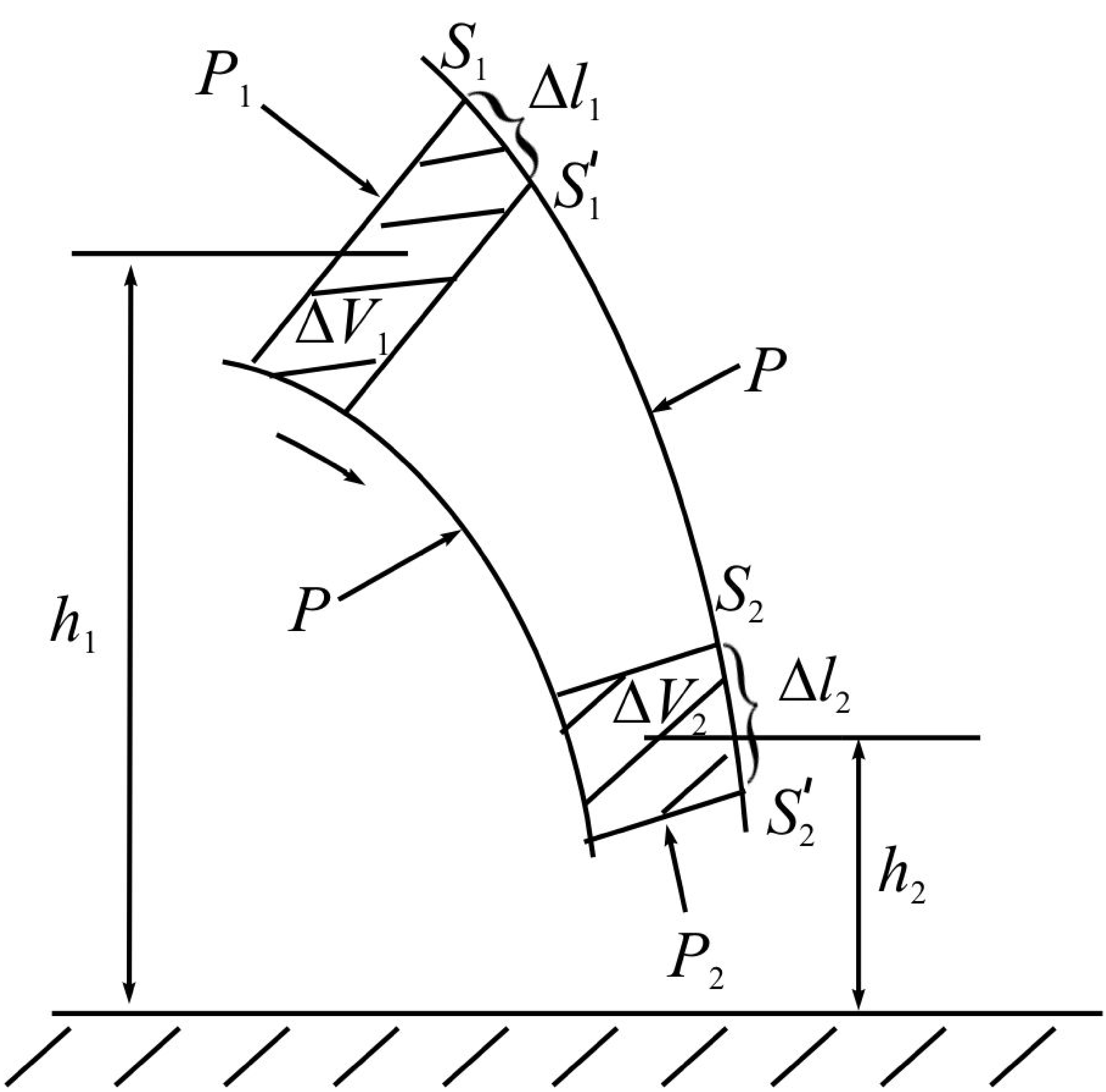

Рис. 4.7

Для вывода данного уравнения используем *закон сохранения энергии* для установившегося течения идеальной жидкости.

Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости трубку тока малого сечения (рис. 4.7). Пусть скорость жидкости в сечении равна , а в сечении – .

За малый промежуток времени Δt объем жидкости, находящийся между сечениями $S1$ и $S2$ переместится вдоль трубки тока, причем сечение $S1$ переместится в сечение $S1$, пройдя путь $\Delta l1$, а сечение $S2$ переместится в положение $S2$, пройдя путь $\Delta l2$. *В силу неразрывности струи* заштрихованные объемы равны, т.е.

. (4.5)

Изменение полной энергии ΔE будет равно разности полных энергий вытекающей и втекающей жидкости, т.е.

или

или

(4.6)

Из закона сохранения энергии следует, что ΔE должно равняться работе ΔA, совершаемой над *выделенным объемом* силами давления. Силы давления на *боковую поверхность* перпендикулярны в каждой точке к направлению перемещения частиц, к которым они приложены, вследствие чего работы не совершают.

Работа сил, приложенных к сечениям $S1$ и $S2$ равна:

(4.7)

Приравняв (4.6) и (4.7) и сократив на ΔV, получим:

(4.8)

или

. (4.8′)

Слагаемые (4.8′) имеют размерность и смысл давления.

Давление $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ называют *динамическим*, оно обусловлено движением жидкости и проявляется при ее торможении. Динамическое давление представляет собой кинетическую энергию единицы объема жидкости при ее движении.

Давление ρgh – *гидростатическое (весовое)* давление; представляет собой потенциальную энергию единицы объема жидкости в гравитационном поле. В состоянии невесомости гидростатическое давление отсутствует, с увеличением перегрузок оно возрастает.

Давление *p* называют *статическим.* Оно представляет собой энергию единицы объема жидкости, обусловленную силами давления. Статическое давление не связано с движением жидкости и может быть измерено, например, манометром, перемещающимся вместе с жидкостью. Статическое давление – давление внутри жидкости.

Сумма $\frac{\rho\upsilon^2}{2}+\rho gh+P$ называется *полным давлением.*

Используя вышеприведенные названия слагаемых, входящих в уравнение (4.8); (4.8′), его можно сформулировать как *закон Бернулли: в стационарном потоке идеальной жидкости полное давление, равное сумме статического, динамического и гидростатического давлений, постоянно для всех поперечных сечений трубки тока.*

Для *горизонтальной трубки* тока ($h_1=h_2$) уравнение Бернулли будет иметь вид:

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2}+P_1=\frac{\rho\upsilon_2^2}{2}+P_2. \qquad (4.9)$$

Из уравнения (4.4) следует, что если площадь сечения $S_1>S_2$, то $\upsilon_1<\upsilon_2$ (рис. 4.6), а значит из (4.9) имеем, что давление ; и, наоборот, в меньшем сечении, где скорость больше, давление меньше.

Можно подобрать условия, при которых *давление* жидкости (или газа) *в суженном участке* трубы станет *меньше атмосферного* и тогда струя в этом месте может оказывать *всасывающее* действие.

Всасывающее действие струи воды, воздуха или пара, выходящей из суженного отверстия в свободное пространство, используется при устройстве различных распылителей (пульверизатор, карбюратор, водоструйный насос, эжектор ...)

Используя уравнение Бернулли можно найти скорость вытекания жидкости из отверстия (площадью сечения), находящегося в нижней части сосуда, площадь сечения которого S_1 (рис. 4.8).

Если , то имеем, что . Тогда

(4.10)

где *P*0 – *атмосферное давление.* Из (4.10) определим скорость :

(4.11)

где .

(4.11) – *формула Торричелли.*

Когда выливают мед, например, поднимают емкость повыше, тогда скорость струи будет внизу больше, а значит площадь струи меда внизу небольшой.

§ 4.4. Вязкость жидкости. Формула Пуазейля

Реальная жидкость обладает *вязкостью (внутренним трением),* обусловленной сцеплением между ее молекулами. Благодаря вязкости движение жидкости, как и движение газа, носит *ламинарный* характер.

Сила внутреннего трения (сила вязкости) , как установил И. Ньютон, *прямо пропорциональна* градиенту скорости течения жидкости

и площади соприкосновения слоев жидкости, т. е.

, (4.12)

где – коэффициент динамической вязкости, — характеризует быстроту изменения скорости от слоя к слою в направлении, перпендикулярном скорости движения слоев (на рис. 4.9 ось *Oy*). Здесь , а .

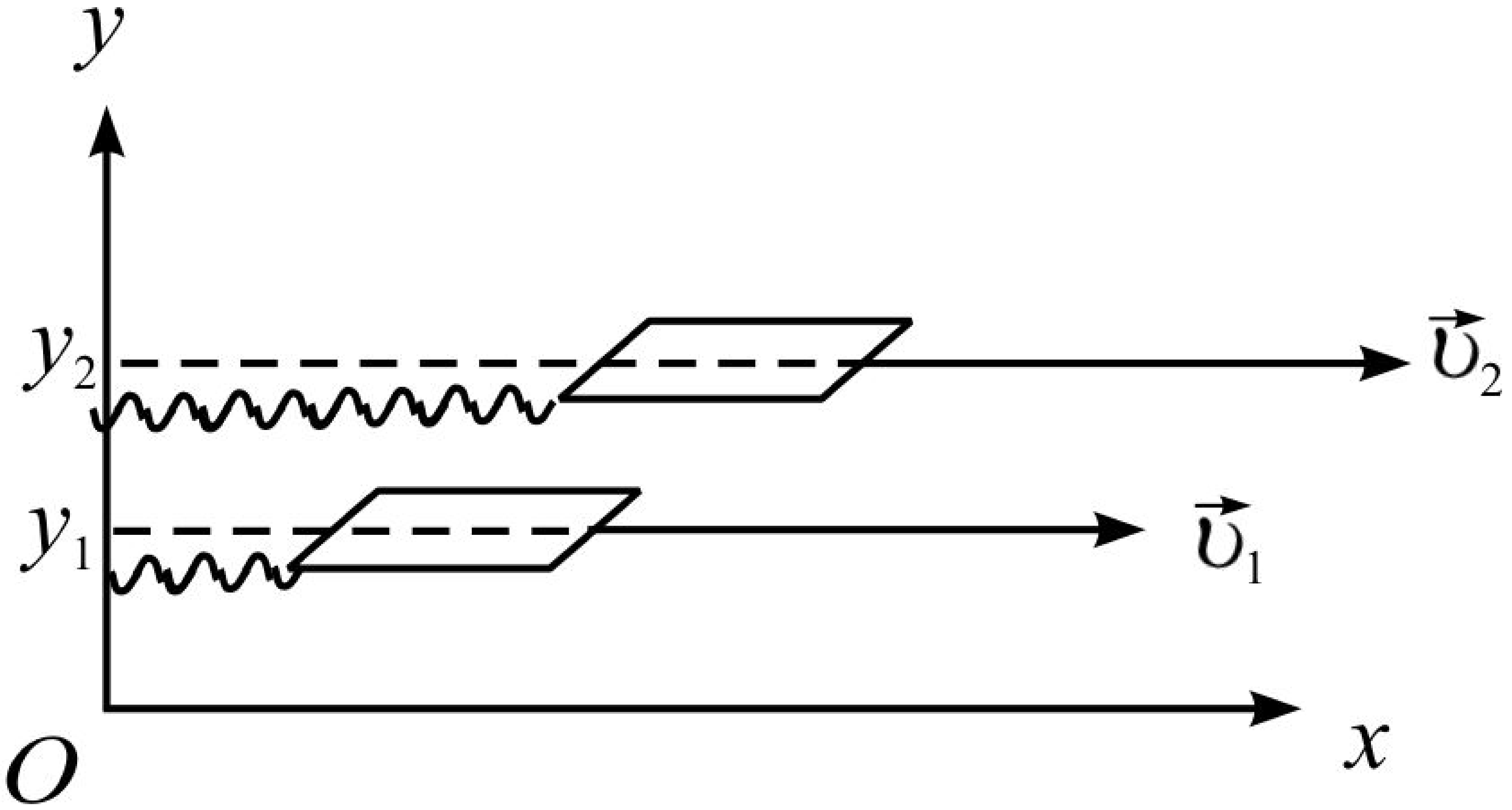

Рис. 4.9

Коэффициент динамической вязкости η численно равен силе вязкости, возникающей между двумя *параллельными слоями* жидкости с площадью 1 м2 при градиенте скорости 1 с–1. В этом заключается *физический смысл* η . Единица измерения в системе СИ – 1 Па·с.

Знак «–» указывает, что импульс переносится в сторону уменьшения скорости.

Течение *реальной* жидкости по трубе постоянного сечения сопровождается падением статического давления (рис. 4.10). Это явление объясняется наличием у жидкости *внутреннего трения (вязкости)* и сопровождается переходом части ее механической энергии во внутреннюю.

Течение жидкости называется *ламинарным (слоистым)*, если слои жидкости скользят друг относительно друга, не перемешиваясь.

Ламинарное течение наблюдается или у *очень вязких* жидкостей, или при течениях, происходящих с достаточно *малыми скоростями,* а также при медленном обтекании жидкостью тел малых размеров.

С увеличением скорости движения данной жидкости ламинарное течение в некоторый момент переходит в *турбулентное* – течение, сопровождающееся образованием вихрей и перемешиванием слоев. Установившееся (стационарное) течение может быть только ламинарным. Характер течения жидкости по трубе зависит от свойств жидкости, скорости ее течения, размеров трубы и определяется *числом Рейнольдса***:**

(4.13)

где – плотность жидкости,

– скорость ее течения,

D – диаметр трубы,

– коэффициент внутреннего трения или динамической вязкости, зависящей от состояния и молекулярных свойств жидкости.

Турбулентное движение можно наблюдать в водном потоке на узких и мелких участках русла реки; здесь появляются характерные водные вихри – *водовороты.* В воздушном потоке это движение наблюдается, например, вблизи строений; возникающие здесь при сильном ветре *воздушные вихри* поднимают с земли и *«крутят»* пыль, обрывки бумаги и другие легкие предметы. Когда значение *меньше* критического , имеет место *ламинарное* течение жидкости.

Если число Рейнольдса больше некоторого критического ( ), то движение турбулентное. Например, для гладких цилиндрических труб .

Как видно из (4.13), характер течения жидкости или газа существенно зависит от размеров трубы. В широких трубах даже при сравнительно небольших скоростях может возникнуть турбулентное движение.

Течение крови по сосудам является, как правило, *ламинарным.* Однако оно может в некоторых местах стать *турбулентным* (например, *при сильном сужении крупных сосудов,* когда , или при *патологическом снижении вязкости крови*), что сопровождается характерным шумом. Чем большие участки артерий охвачены турбулентным течением, тем большую работу должно совершать сердце.

Нормальному кровооб-ращению в организме и экономному расходованию энергии помогает эластич-ность и упругость кровенос-ных сосудов. Физическим параметром, чрезвычайно важным в диагностике мно-гих заболеваний, является *давление крови.*

Можно доказать, что при ламинарном течении жидкости по трубе, ее скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону (рис. 4.11).

Непосредственно у стенки скорость течения жидкости равна нулю, а на оси трубы максимальна. Поэтому для вычисления объема жидкости, протекающей по трубе за время *t,* используют не формулу , а *формулу Пуазейля:*

, (4.14)

где *R* – радиус трубы (с гладкими стенками),

– разность давлений на концах трубы,

l – длина трубы,

– коэффициент вязкости жидкости.

Формулу (4.14) можно прочесть следующим образом: *объем жидкости, протекающей по трубе, пропорционален перепаду давления на единице длины трубы , четвертой степени радиуса трубы, времени t и обратно пропорционален коэффициенту вязкости жидкости.*

§ 4.5. Движение тел в жидкостях и газах. Формула Стокса

Опыт показывает, что тела, движущиеся в *реальной* жидкости (или газе), испытывают *силу лобового сопротивления* (т.е. сопротивление движению), а при некоторых условиях и *подъемную силу.*

При движении тела *шарообразной* формы в реальной жидкости на него действует сила сопротивления движению, которая при *небольших скоростях* определяется по *формуле Стокса:*

$$F_c = 6\pi\eta r \cdot \upsilon \, , \qquad (4.15)$$

где

υ – скорость шара относительно жидкости,

r – радиус шара,

η – коэффициент динамической вязкости жидкости.

Использование формулы (4.15) позволяет определить коэффициент вязкости жидкости η. Данный метод носит название *метода Стокса.*

Теорию *подъемной силы крыла* самолета разработал Н.Е. Жуковский (Николай Егорович (1847–1921) — русский ученый). Он предложил крыло каплеобразной формы, расположенное относительно направления движения жидкости или газа *под углом (углом атаки)*.

Два потока (рис. 4.12), а именно: 1) плавное обтекание крыла воздухом *(сплошная линия)* и 2) так называемое *циркуляционное* движение частиц воздуха вокруг крыла *(штриховая линия),* приводят к тому, что скорость движения *воздуха над крылом больше, чем под крылом.* Поэтому, согласно закону Бернулли, давление воздуха на верхнюю часть крыла будет меньше, чем на нижнюю, что и приводит к возникновению вертикальной силы, называемой *подъемной силой.*

$$F_n = \rho \cdot \upsilon \cdot \Gamma \cdot L$$

где ρ – плотность среды;

υ – скорость набегающего потока;

Γ – т. н. *циркуляция скорости* ($\Gamma = \upsilon \cdot l$);

L – длина крыла.

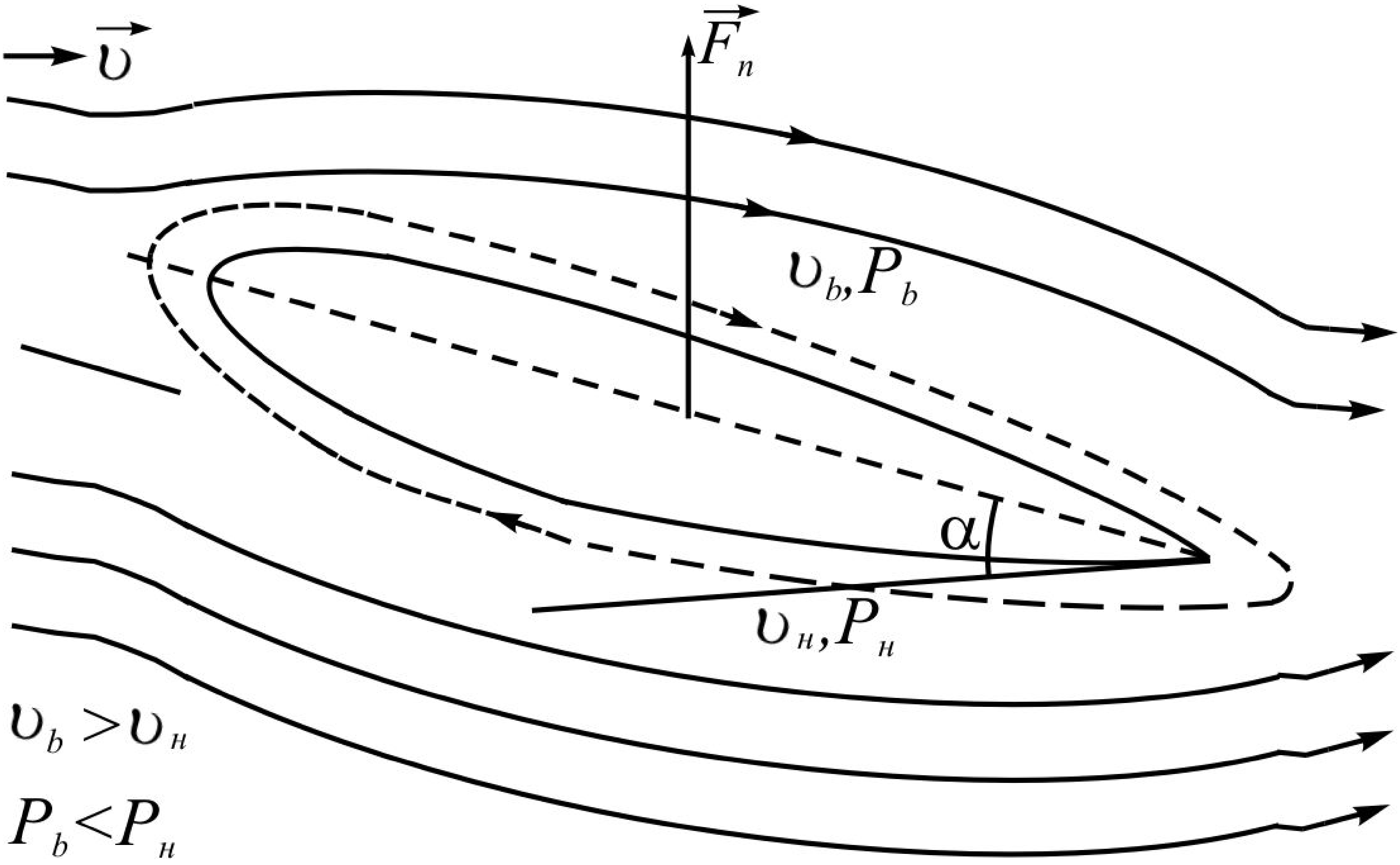

Рис. 4.12