Работа 5.12

Изучение статистических закономерностей радиоактивного распада

Оборудование: счетчик Гейгера — Мюллера с блоком питания, счетчик импульсов, электронный секундомер с таймерным выходом, радиоактивный препарат.

Введение

При измерении величин, характеризующих процесс радиоактивного распада, как и при любых других физических измерениях, допускаются погрешности. Эти погрешности вызваны как неточностью измерительных приборов и методики измерения (*систематические погрешности*), так и неточностью отсчета и флуктуациями самой измеряемой величины (*случайные погрешности*).

Флуктуации измеряемой величины обусловлены статистическим характером процессов радиоактивного распада. Наблюдая за отдельным ядром радиоактивного изотопа, нельзя предсказать, когда произойдет его распад. Можно только говорить о возможности его распада за определенный промежуток времени. Но, когда в препарате удерживается очень большое число N радиоактивных ядер, то количество ядер, распадающихся за единицу времени будет в среднем равно λN, где λ — вероятность распада ядра за единицу времени, которая называется *постоянной радиоактивного распада.* Величина λN называется *активностью.* Активность является не характеристикой отдельного ядра, а препарата в целом. При активности препарата λN число распадов, происходящих в нем за время Δt, будет в среднем равно λN. Если провести многократные измерения числа распадов, происходящих за один и тот же промежуток времени Δt, то будут получаться разные результаты. Поэтому для характеристики всего статистического процесса необходимо выполнить большое число измерений и усреднить их. Среднее значение является пределом, к которому стремится измеряемая величина при бесконечном увеличении числа измерений. Но практически число измерений не может бесконечно увеличиваться, поэтому среднее значение измеряемой величины, которое получается в результате эксперимента, будет иметь погрешность. Эта погрешность будет тем меньше, чем большее число измерений.

Условия эксперимента можно подобрать так, чтобы систематические и случайные погрешности, которые вызваны влиянием на работу счетчика внешних условий, были значительно меньше погрешностей, возникающих из-за статистических флуктуаций измеряемой величины.

В этом случае можно считать, что отклонение измеряемой величины от среднего значения обусловлено только статистическим характером радиоактивного распада.

В данной работе исследуется статистическое распределение числа частиц, излучаемых радиоактивным источником с постоянной активностью, во времени.

С помощью счетчика Гейгера — Мюллера регистрируется число частиц n, попадающих в счетчик за одинаковые промежутки времени Δt. В каждом отдельном измерении получаются результаты, отличающиеся от среднего значения на большую или меньшую величину.

Вероятность того, что в течение одного интервала времени попадает n частиц, определяется по формуле Пуассона:

$$W(n) = \frac{\bar{n}^{n} e^{-\bar{n}}}{n!}, \tag{1}$$

где $\bar{n}$ — среднее значение числа частиц, излучаемых источником за интервал времени Δt, а n — любое целое положительное число.

На рис. 5.32 показано *распределение Пуассона* при разных $\bar{n}$. Для всех чисел n величина $W(n)$ отлична от нуля. Чем ближе n к $\bar{n}$, тем вероятность $W(n)$ большая, а при удалении n от $\bar{n}$ она быстро уменьшается.

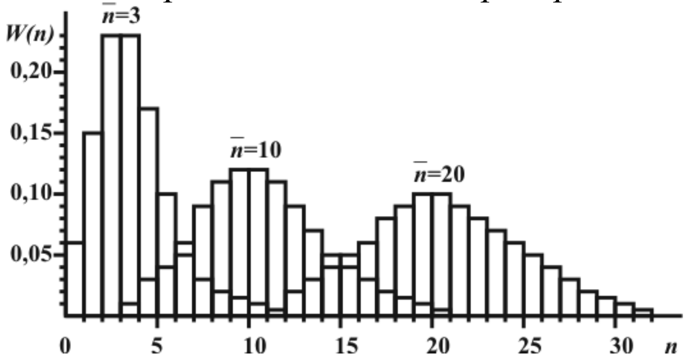

Рис. 5.32

Из рис. 5.32 видно, что с увеличением среднего значения числа частиц распределение Пуассона делается более симметричным относительно $\bar{n}$. При его малых значениях наблюдается асимметрия. Практически при $\bar{n} > 20$ имеет место полная симметрия. Для очень больших значений $\bar{n}$ дискретное распределение Пуассона можно заменить сплошным *распределением Гаусса*:

$$W(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\,\bar{n}}} e^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\bar{n}}}. \tag{2}$$

Отклонение результата каждого измерения от среднего значения измеряемой величины (*флуктуация*) будет:

$$\Delta n = n - \bar{n}. \tag{3}$$

В каждом отдельном измерении получают свое значение флуктуации Δn. Для характеристики всего статистического процесса необходимо получить большое число флуктуаций и их усреднить. Однако, отклонение от среднего значения в обе стороны равномерное, поэтому среднее значение флуктуации Δn будет равно нулю. Мерой отклонения случайной величины n от ее среднего значения $\bar{n}$ является *дисперсия*:

$$\bar{D} = \overline{\left(n - \bar{n}\right)^2}. \qquad (4)$$

Величина, равная корню квадратному с дисперсии

$$\sigma = \sqrt{\bar{D}} = \sqrt{\overline{\left(n - \bar{n}\right)^2}}, \qquad (5)$$

называется *среднеквадратичной ошибкой* или *стандартным отклонением*.

В теории ошибок доказывается, что

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}}, \qquad (6)$$

а относительная ошибка:

$$\delta = \frac{\sigma}{\bar{n}} = \frac{\sqrt{\bar{n}}}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}. \qquad (7)$$

Формула (7) показывает, что относительная ошибка измерения тем меньше, чем большее число частиц, регистрируемых счетчиком за время одного измерения. Пользуясь формулой (7), можно определить число частиц, которые необходимо подсчитать, чтобы достичь заданной относительной ошибки δ :

$$\bar{n} = \frac{1}{\delta^2}. \qquad (8)$$

Например, для измерения среднего числа частиц со статистической точностью 10 % необходимо зарегистрировать 100 частиц. При точности измерений до 1 % ($\delta = 0{,}01$) необходимо зарегистрировать $\bar{n} = 1/\delta^2 = 1/(0{,}01)^2 = 10000$ отсчетов. При регистрации 1000 частиц точность измерения будет около 3 %. При неизменном размещении счетчика относительно источника излучения число зарегистрированных импульсов пропорционально времени отсчета. Поэтому для увеличения статистической точности необходимо выполнить подсчет частиц на протяжении большего промежутка времени.

Формула (2) дает возможность оценить вероятность того, что отклонение от среднего значения в процессе измерений находится в определенном интервале.

Например, расчеты показывают, что при $\bar{n} > 20$ в 68 случаях из 100 измерений, т. е. при вероятности 68 % (точнее 68,2 %), отклонение от среднего значения не превышает величину $\sqrt{\bar{D}} = \sigma = \sqrt{\bar{n}}$. Это значит, что $\bar{n} - \sqrt{\bar{n}} \le n \le \bar{n} + \sqrt{\bar{n}}$. С вероятностью 95,4 % измеряемая величина находится в интервале: $\bar{n} - 2\sqrt{\bar{n}} \le n \le \bar{n} + 2\sqrt{\bar{n}}$, т. е. отличается от среднего значения не более чем на $\pm 2\sigma$. Вероятность того, что измеряемая величина отличается от среднего значения на $\pm 3\sigma$, равна 99,7 %.

Все эти выводы получены, исходя из тех соображений, что выполняется очень большое число измерений.

При ограниченном числе измерений найденное среднее значение будет отличаться от реального среднего значения и приведенные выше формулы будут выполняться не совсем точно. Для сравнения экспериментальных данных с расчетами, сделанными по формуле Пуассона, строят диаграмму, которая называется *гистограммой*. Для этого по оси абсцисс откладывают число зарегистрированных частиц за промежуток времени Δt, а по оси ординат — число случаев (число интервалов Δt), в которых счетчик зарегистрировал именно это число частиц.

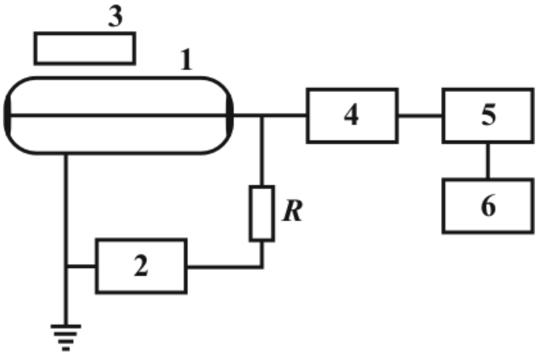

Рис. 5.33

Отношение числа случаев с точным значением n к общему числу измерений N определяет вероятность $W(n)$ того, что в течение времени Δt в счетчик попадет n частиц. Обычно при построении гистограммы по оси ординат откладывают $W(n)$. При таком построении легче сравнить полученные при измерениях результаты с теоретическими оценками.

Описание установки. Блок-схема экспериментальной установки представлена на рис. 5.33.

Вблизи счетчика Гейгера — Мюллера *1*, который питается от выпрямителя *2*, установлен радиоактивный препарат *3*. Импульсы напряжения, возникающие на сопротивлении R, при попадании в рабочий объем счетчика частиц после их усиления усилителем *4* регистрируются декатронным счетчиком *5*. Время регистрации задается и измеряется электронным секундомером *6*, который имеет таймерный выход.

Порядок выполнения работы

1. Включите установку и дайте ей прогреться.

2. На таймерном выходе электронного секундомера установите время отсчета $\Delta t = 10$ с.

3. Установите нулевое показание декатронного счетчика. При одновременном нажатии на кнопки «Установ.0» и «Сброс» начинается отсчет импульсов. Через 10 с реле автоматически остановит отсчет.

4. Повторите измерения 400 раз, каждый раз записывая показания декатронного счетчика.

5. По результатам эксперимента постройте гистограмму. Для этого по оси абсцисс отложите количество распадов n, а по оси ординат — долю случаев $W(n)$, т. е. $W(n) = k/N$, где N — полное число измерений ($N = 400$), а k — число случаев, когда отсчет был равным n распадам.

6. По формуле $\overline{n} = \frac{\sum (k_i \cdot n_i)}{N}$ определите среднее число импульсов, регистрируемых счетчиком за $\Delta t = 10$ с. По формуле (6) вычислите среднеквадратичную погрешность.

7. По формуле (7) определите относительную ошибку измерений.

8. Определите процент случаев α, когда отклонение от среднего значения не превышает $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$, $\pm 3\sigma$. Полученные данные сравните с теоретическими.

9. По формуле $t = \frac{\Delta t \cdot \overline{n'}}{\overline{n}}$ определите время отсчета, при котором относительная погрешность не превышает $\delta' = 2\,\%$. При этом $\overline{n'}$ найдите по формуле (8).

10. Результаты вычислений запишите в таблицу:

№ п/п	k	$W(n)$	N	$\overline{n}$	σ	δ	α	δ'	t, с

ЗАДАНИЕ ДЛЯ УИР

Результаты измерений в порядке их получения распределите в 4 группы, и с помощью их постройте гистограмму распределения среднего числа отсчета за 40 с. Определите среднее число импульсов и среднеквадратическую погрешность для этого распределения. Убедитесь в правильности формулы $\sigma \approx \sqrt{\overline{n}}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1.Что понимают под средним значением физической величины?

2.Дайте характеристики систематических и случайных погрешностей.

3.Какой характер носит радиоактивный распад?

4.Какой физический смысл имеет постоянная радиоактивного распада?

5.Что называется дисперсией?

6.Что представляет собой гистограмма?

7.При каком условии радиоактивный распад может быть охарактеризован распределением Пуассона?

8.В чем заключается истинное отличие распределения Пуассона от распределения Гаусса?

9.Назовите вероятности отличия измеряемой величины от среднего значения для $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$, $\pm 3\sigma$.

10.Какое время необходимо выставить на таймере, чтобы производить измерения с точностью до 3 %?