

6.11. Гироскоп. Гироскопический эффект и его применение

Гироскопом называют массивное симметричное тело, вращающееся с большой угловой скоростью вокруг оси симметрии. Поскольку ось гироскопа совпадает с одной из главных осей инерции, то

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (6.51)$$

где I — момент инерции гироскопа относительно этой оси; ω — угловая скорость собственного вращения.

Если суммарный момент внешних сил, действующих на гироскоп, равен нулю, то момент его импульса постоянный. Отсюда следует важное для практического применения свойство гироскопа сохранять неизменным направление оси в пространстве.

Если к вращающемуся гироскопу приложить момент сил, который стремится повернуть его вокруг оси, перпендикулярной оси вращения гироскопа, то он станет поворачиваться вокруг третьей оси, перпендикулярной первым двум. Такое, неестественное на первый взгляд, поведение гироскопа полностью соответствует законам динамики вращательного движения.

Точное решение задачи о вращении гироскопа относительно произвольных осей сопряжено с математическими трудностями. Рассмотрим приближенное решение этой задачи для простейшего случая.

Пусть гироскоп представляет собой насаженный на ось электромотора массивный диск, который вращается с большой угловой скоростью ω в

указанном на рис. 6.21 направлении вокруг оси OZ , расположенной горизонтально. Система может быть уравновешена с помощью подвижного груза массой m . Момент импульса диска направлен вдоль оси вправо, и если момент внешних сил равен нулю, то $\vec{L} = \text{const}$. Если переместить груз влево, то возникнет суммарный момент внешних

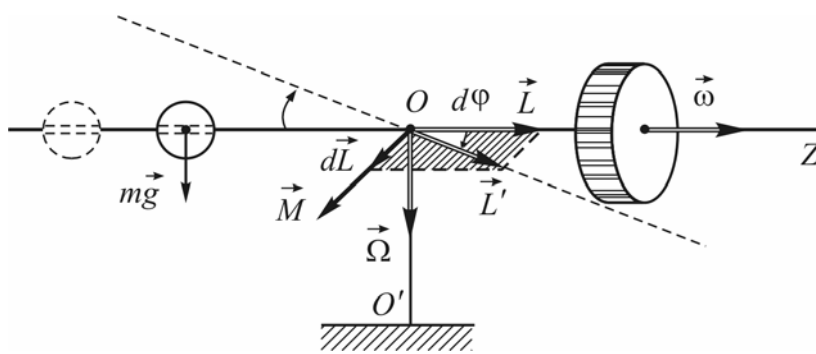


Рис. 6.21

сил $\vec{M}$ относительно центра вращения O , направленный перпендикулярно плоскости чертежа к наблюдателю. Казалось бы, момент $\vec{M}$ стремится повернуть ось гироскопа в плоскости чертежа против часовой стрелки (это и случилось бы с невращающимся гироскопом). Ось же вращающегося гироскопа повернется в горизонтальной плоскости к направлению момента силы $\vec{M}$ (правый конец оси

гироскопа повернется вперед к наблюдателю), поскольку в соответствии с законом динамики вращательного движения импульс гироскопа $\vec{L}$ получит приращение $d\vec{L} = \vec{M}dt$, которое имеет такое же направление, как и $\vec{M}$. Через время dt момент импульса гироскопа станет равным сумме $\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$ и по-прежнему будет находиться в горизонтальной плоскости. Направление $\vec{L}'$ совпадает с новым направлением оси гироскопа. Таким образом, ось симметрии гироскопа повернется в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси на некоторый угол $d\varphi$. Но и при новом положении оси вектор $\vec{M}$ снова перпендикулярен ей, поэтому ось все время будет вращаться в горизонтальной плоскости с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (6.52)$$

Вращение гироскопа под действием момента сил называется *прецессией*. Чем меньше приращение момента импульса, тем меньше угловая скорость прецессии. Если $\Omega \ll \omega$, то результирующий момент импульса $\vec{L}'$ практически совпадает с $\vec{L}$ как по величине, так и по направлению: $\vec{L}' \approx I\vec{\omega}$. Бесконечно малое приращение угла

$$d\varphi = \frac{dL}{L}. \quad (6.53)$$

Подставляя это значение в равенство (6.52) и учитывая, что $dL/dt = M$, получаем:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{I\omega}. \quad (6.54)$$

Угловая скорость прецессии прямо пропорциональна моменту сил и обратно пропорциональна моменту инерции I и угловой скорости собственного вращения ω гироскопа. Более общим является векторное соотношение

$$[\vec{\Omega}, \vec{L}] = \vec{M}. \quad (6.55)$$

Из уравнения (6.54) видно, что момент силы $\vec{M}$ определяет *угловую скорость прецессии* (а не ускорение). Поэтому говорят, что *прецессия не имеет инерции*: мгновенное устранение момента силы $\vec{M}$ приводит к мгновенному исчезновению и прецессии.

Момент действующих на гироскоп сил $\vec{M}$ может иметь любую природу. Для обеспечения регулярности прецессии (постоянства угловой скорости Ω) важно, чтобы вектор $\vec{M}$, не изменяясь по модулю, поворачивался вместе с осью гироскопа.

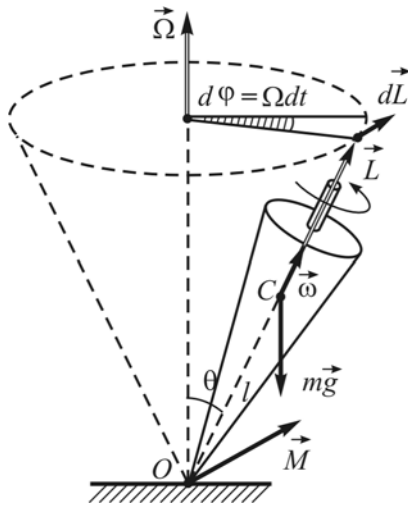


Рис. 6.22

Заметим, что при кратковременном действии на ось гироскопа даже довольно большой силы, вызывающей временное несовпадение оси вращения и главной оси инерции, наблюдаются лишь колебания оси (*нутация*), которые затухают в результате трения.

Другой часто встречающийся вид гироскопа — так называемый *волчок* (рис. 6.22). Опыт показывает, что если ось вращающегося волчка отклонена от вертикали, то волчок не падает, а совершает прецессионное движение: его ось описывает конус вокруг вертикали с некоторой угловой скоростью Ω . И чем больше угловая скорость ω вращения волчка вокруг своей оси, тем меньше угловая скорость прецессии Ω .

Согласно закону динамики вращательного движения момент импульса гироскопа $\vec{L}$ относительно точки O получает за время dt приращение $d\vec{L} = \vec{M}dt$, которое совпадает по направлению с вектором момента внешних сил $\vec{M}$ относительно точки O . В данном случае это момент силы тяжести $m\vec{g}$. Из рис. 6.22 видно, что $d\vec{L} \perp \vec{L}$. В результате вектор $\vec{L}$ (а значит, и ось волчка) будет поворачиваться вместе с вектором $\vec{M}$ вокруг вертикальной оси, описывая круговой конус.

Найдем угловую скорость прецессии наклоненного волчка массой m , который вращается с большой угловой скоростью ω вокруг своей оси симметрии. Момент инерции волчка относительно этой оси равен I , а центр масс находится на расстоянии l от точки опоры. Из выражения (6.54) получаем

$$\Omega = \frac{M}{I\omega \sin \theta} = \frac{mgl}{I\omega}.$$

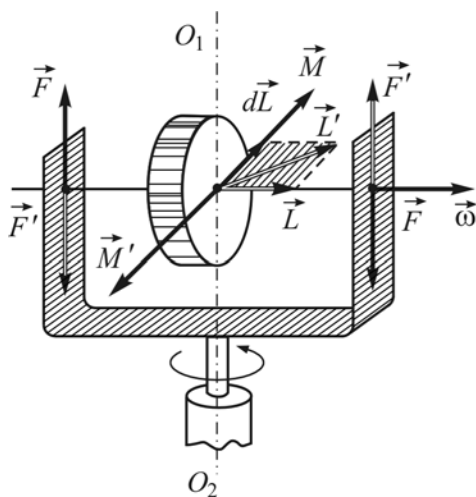


Рис. 6.23

Рассмотрим эффект, возникающий при вынужденном вращении оси гироскопа. Пусть ось гироскопа закреплена в подставке, которую поворачивают вокруг оси O_1O_2 как показано на рис. 6.23. Если момент импульса гироскопа $\vec{L}$ направлен вправо, то при таком повороте за время dt вектор $\vec{L}$ получает приращение $d\vec{L}$, направленное за плоскость рисунка. Это означает, что на гироскоп действует момент сил $\vec{M}$, который совпадает по направлению с вектором $d\vec{L}$. Этот момент обусловлен возникновением пары сил $\vec{F}$,

действующих на гироскоп со стороны подставки. Ось же гироскопа в соответствии с третьим законом Ньютона будет действовать на подставку с силами $\vec{F}'$. Эти силы называют *гироскопическими*, они создают *гироскопический момент* $\vec{M}' = -\vec{M}$.

Гироскопический эффект лежит в основе конструкций разных приборов: гирокомпас, «искусственного горизонта» в самолетах, гироскопического успокоителя качки корабля, гироскопического стабилизатора положения ракеты и др. В ряде случаев при наличии в механизмах частей с быстрым вращением гироскопические силы могут оказывать вредное влияние. Например, при резком повороте корабля быстро вращающаяся ось турбины оказывает значительное дополнительное давление на подшипники, что может привести к их разрушению.