

Работа 1.10

Изучение вращательного движения на приборе Обербека

Оборудование: прибор Обербека, грузы, секундомер, линейка, штангенциркуль.

Введение

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси в общей форме имеет вид:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (1)$$

где $\vec{L} = I\vec{\omega}$ — момент импульса тела относительно этой оси; $\vec{M}$ — результирующий момент относительно той же оси всех внешних сил, приложенных к телу; I — момент инерции тела, $\vec{\omega}$ — угловая скорость вращения.

Если момент инерции тела не изменяется ($I = \text{const}$), то уравнение (1) можно записать в виде:

$$\frac{Id\vec{\omega}}{dt} = \vec{M} \quad \text{или} \quad I\vec{\varepsilon} = \vec{M}, \quad (2)$$

где $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$ — угловое ускорение тела.

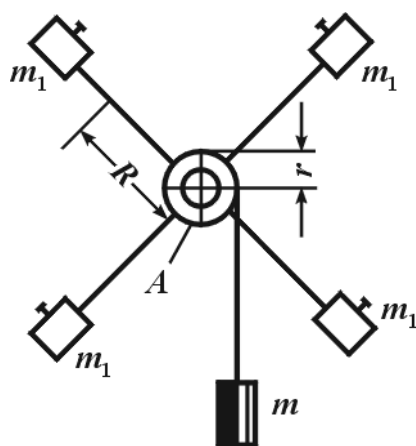


Рис. 1.33

Цель работы — экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения с помощью прибора, называемого маятником Обербека (рис. 1.33).

Описание установки и метода. Прибор состоит из шкива A и четырех стержней, укрепленных на горизонтальной оси под углом 90° друг к другу. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужных положениях грузы одинаковой массы m_1 (грузы закрепляются симметрично, чтобы центр инерции системы совпадал с осью вращения). На шкив наматывается нить, к концу которой прикрепляется груз массой m , приводящий систему во вращение. Определив время t несвободного падения груза с высоты h , можно рассчитать ускорение его движения $a = 2h/t^2$.

Так как нить сматывается без скольжения, линейное ускорение движущегося груза равно тангенциальному ускорению a_t точек, лежащих на поверхности

шкива. Используя связь между ε и a_t , получим формулу для нахождения углового ускорения вращающейся системы:

$$\varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{2h}{rt^2},$$

где r — радиус шкива. При вращении прибора его момент инерции не изменяется ($I = \text{const}$), следовательно, на основании уравнения (2) имеем:

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \text{const}. \quad (3)$$

Таким образом, проверка основного закона динамики вращательного движения твердого тела сводится к доказательству отношения $M/\varepsilon = \text{const}$ при любых моментах действующих сил.

Угловое ускорение системе сообщает сила натяжения нити T . Ее можно найти из уравнения динамики поступательного движения груза $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$, которое в проекции будет иметь вид $ma = mg - T$, откуда $T = m(g - a)$. Момент этой силы относительно оси вращения $M = Tr = m(g - a)r$. Подставляя значения a , ε и M в выражение (3), получим формулу, с помощью которой можно осуществить экспериментальную проверку изучаемого закона:

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h}. \quad (4)$$

Изменяя массу груза m и радиус шкива r , можно изменять момент силы M и, следовательно, угловое ускорение ε . При этом отношение M/ε для данного расположения грузов массой m_1 на стержнях должно оставаться неизменным.

С помощью прибора Обербека можно также экспериментально определить момент инерции каждого из четырех грузов, закрепленных на стержнях. Так как момент инерции системы есть сумма моментов инерции всех элементарных масс, составляющих эту систему, то, определив по формуле (4) момент инерции маятника без грузов на стержнях I_0 и его момент инерции с грузами I , можно найти момент инерции груза массой m_1 :

$$I_r = \frac{I - I_0}{4}. \quad (5)$$

Порядок выполнения работы

1. Определите время t опускания груза m с высоты h для случая, когда грузов m_1 на стержнях нет.
2. Проведите опыт при различных массах опускаемого груза m и радиусах r шкива.

3. Вычислите момент инерции прибора без грузов на стержнях I_0 при различных моментах действующих сил.

4. Оцените предельные погрешности.

У к а з а н и е . При $h \leq 0,5$ м и $t \geq 0,4$ с в рабочей формуле (4) можно пренебречь величиной $2h$ по сравнению с gt^2 . Тогда формула оценки предельной погрешности принимает вид:

$$\Delta I = I \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta r}{r} + \frac{2\Delta t}{t} + \frac{\Delta h}{h} \right).$$

5. Результаты запишите в таблицу:

№ п/п	h , м	r , м	m , кг	t , с	$\overline{I}_0 \pm \Delta I_0$, кг·м ²
-------	---------	---------	----------	---------	---

6. Сравните моменты инерции, вычисленные при различных моментах действующих сил. Убедитесь, что $I_{01} \pm \Delta I_{01} \approx I_{02} \pm \Delta I_{02} \approx I_{0n} \pm \Delta I_{0n}$, найдите среднее значение определяемой величины: $I_0 = (I_{01} + I_{02} + \dots + I_{0n})/n$.

7. Прodelайте аналогичные измерения и вычисления для случая, когда на стержнях закреплены грузы.

8. Заполните таблицу для этого случая:

№ п/п	h , м	r , м	m , кг	t , с	$\overline{I}_0 \pm \Delta I_0$, кг·м ²
-------	---------	---------	----------	---------	---

9. Сделайте вывод о выполнимости закона динамики вращательного движения.

10. Определите момент инерции I_r одного груза массой m_1 по формуле (5).

11. Рассчитайте момент инерции I этого груза, принимая его за точечную массу, расположенную на расстоянии R от оси вращения: $I_T = m_1 R^2$.

12. Оцените предельные погрешности по формулам:

$$\Delta I_r = \frac{\Delta I + \Delta I_0}{4} \quad \text{и} \quad \Delta I = I_T \left(\frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{2\Delta R}{R} \right).$$

П р и м е ч а н и е . Погрешность ΔR носит методический характер вследствие замены материальной точки реальным телом. Поэтому за ΔR следует взять половину линейного размера груза m_1 на стержне.

13. Сравните результаты экспериментально определенного момента инерции одного груза с вычисленными.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ УИР

1. Исследуйте влияние массы опускаемого груза, а также массы и расположения грузов на стержнях на точность эксперимента.
2. Получите формулу для определения I с учетом сил трения.



КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимают под материальной точкой? Абсолютно твердым телом?
2. К каким простым движениям может быть сведено любое сложное движение твердого тела? Какое движение называют поступательным? Приведите примеры прямолинейного и криволинейного поступательного движения.
3. Какое движение называют вращательным? Какие различают оси вращения? Приведите примеры мгновенных осей вращения.
4. Что называют моментом силы относительно оси, плечом силы?
5. Докажите что момент силы относительно некоторой оси можно выразить в векторной форме: $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$ (где $\vec{r}$ — радиус-вектор, соединяющий точку оси с точкой приложения силы).

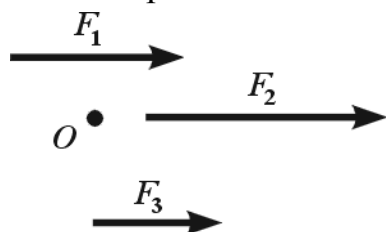


Рис. 1.34

6. Силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ лежат в плоскости чертежа, как показано на рис. 1.34. Ось O перпендикулярна плоскости чертежа. Сравните величину и направление моментов этих сил.

7. Почему сила тяжести маятника Обербека и реакция опоры не создают моментов сил относительно оси вращения?

8. Выведите основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела около неподвижной оси.
9. Какая физическая величина служит основной динамической характеристикой вращающегося тела?
10. Какая из составляющих силы, действующей под углом к оси вращения, может вызвать вращение тела? Чему равен момент силы, параллельной оси вращения?
11. Изменяется ли момент инерции маятника Обербека при разматывании нити? При изменении скорости вращения? При изменении момента сил? При изменении углового ускорения?