

Работа 1.11

Определение момента инерции махового колеса и момента силы трения

Оборудование: маховое колесо, линейка, секундомер.

Введение

Мерой инертных свойств вращающегося тела является его момент инерции. Тела эквивалентны в смысле приобретаемого ими вращения, если равны их моменты инерции.

Момент инерции материальной точки равен произведению массы точки на квадрат ее расстояния от центра вращения: $I = mr^2$.

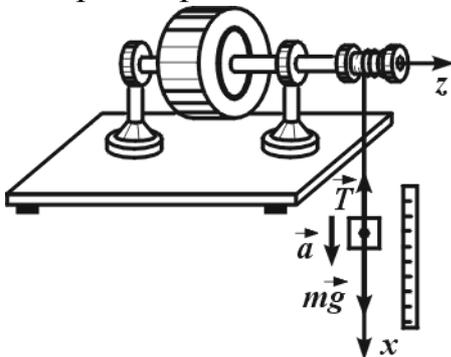


Рис. 1.35

Для вычисления момента инерции тела произвольной формы поступают следующим образом: сначала мысленно разбивают тело на достаточно малые элементы, точки которых можно считать лежащими на одинаковом расстоянии от оси вращения; затем находят произведение массы каждого элемента на квадрат его расстояния от оси и суммируют все полученные произведения. Если элементы тела взять бесконечно малыми, тогда суммирование заменяется интегрированием, и для момента инерции тела получится выражение:

$$I = \int_m r^2 dm.$$

Вводя плотность тела ρ , имеем $dm = \rho dV$, где dV — элемент объема.

Отсюда

$$I = \int_V \rho r^2 dV.$$

Интегрирование должно быть распространено на весь объем тела.

Момент инерции тела относительно некоторой оси можно определить экспериментально, используя зависимость величины углового ускорения от результирующего момента относительно той же оси всех внешних сил, приложенных к телу.

Описание установки и метода. Установка состоит из махового колеса, насаженного на вал, закрепленный в подшипниках, и отсчетной линейки (рис. 1.35). На шкив радиусом r наматывается нить, к концу которой крепится груз массой m . Под действием силы тяжести груз начинает опускаться, и маховик приходит во вращение.

Уравнения движения груза и маховика:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}, \quad (1)$$

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M} + \vec{M}_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где \vec{M} — момент силы натяжения нити ($M = Tr$), $\vec{M}_{\text{тр}}$ — момент силы трения.

В проекциях на оси x и z уравнения (1) и (2) будут иметь вид:

$$ma = mg - T, \quad (3)$$

$$I\varepsilon = Tr - M_{\text{тр}}. \quad (4)$$

Ускорение груза a можно найти по времени t его опускания с высоты h : $a = 2h/t^2$. Угловое ускорение маховика связано с тангенциальным ускорением точек на поверхности шкива соотношением $\varepsilon = a_{\text{т}}/r$. При нерастяжимой нити $a_{\text{т}} = a$, тогда:

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (5)$$

Момент силы трения можно определить по уменьшению потенциальной энергии системы (маховое колесо — груз) в результате опускания груза с высоты h и последующего подъема на высоту h_1 :

$$mgh - mgh_{1\text{тп}} = M\varphi, \quad (6)$$

где φ — угол поворота маховика.

Нерастяжимая нить наматывается на шкив без проскальзывания, поэтому угол φ связан с полным путем, пройденным грузом при опускании и подъеме:

$$\varphi = \frac{h + h_1}{r}. \quad (7)$$

Подставив значение (7) в формулу (6), найдем момент силы трения:

$$M_{\text{тр}} = \frac{mgr(h - h_1)}{h + h_1}. \quad (8)$$

Подставив выражения для $M_{\text{тр}}$ (8) и ε (5) в уравнение (4) и решив систему (3) — (4), найдем момент инерции махового колеса:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2 h_1}{h(h + h_1)} - 1 \right). \quad (9)$$

Порядок выполнения работы

1. Наматывая нить на шкив, поднимите груз на высоту h .
2. Измерьте время t опускания груза до полного разматывания нити.
3. Измерьте высоту h_1 , на которую груз поднимается вследствие вращения маховика по инерции.
4. Определите массу груза m (с учетом подвеса).

5. По формулам (8) и (9) рассчитайте момент сил трения и момент инерции махового колеса.

6. Прodelайте все измерения и вычисления с грузом другой массы.

7. Оцените предельные погрешности определения момента силы трения и момента инерции.

Указание. В формуле (9) при $h \leq 1$ м и $t \geq 4$ с первое слагаемое в скобках ≥ 100 , поэтому вторым слагаемым (-1) при оценке погрешностей можно пренебречь.

8. Результаты измерений запишите в таблицу:

№ п/п	m , кг	h , м	h_1 , м	t , с	$\bar{M}_{\text{тр}} \pm \Delta M_{\text{тр}}$, Н·м	$\bar{I} \pm \Delta I$, кг·м ²
-------	----------	---------	-----------	---------	--	--



КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют угловой скоростью движения точки по окружности? Как направлен вектор угловой скорости?

2. Что называют угловым ускорением? Как определяют направление вектора углового ускорения при неподвижной оси вращения?

3. Напишите формулы связи между векторами линейной и угловой скоростей, векторами линейного и углового ускорений. Поясните эти формулы при помощи чертежей.

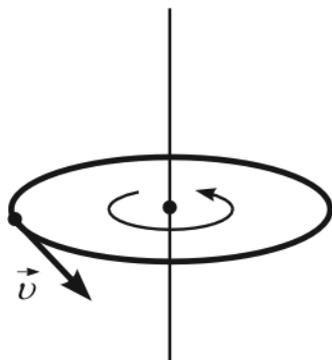


Рис. 1.36

4. Диск вращается против часовой стрелки равномерно (рис. 1.36). Укажите направления векторов угловой скорости $\vec{\omega}$, углового ускорения $\vec{\epsilon}$, момента силы трения $\vec{M}_{\text{тр}}$.

5. Что называют моментом инерции материальной точки относительно центра вращения?

6. Как вычисляют моменты инерции тел конечных размеров? Формы? Приведите примеры вычисления моментов инерции тел правильной геометрической формы.

7. Запишите формулу для кинетической энергии тела, вращающегося относительно неподвижной оси.

8. Чему равна работа, совершаемая приложенным к вращающемуся телу моментом силы?

9. Запишите формулу, определяющую кинетическую энергию сплошного цилиндра радиусом r и массой m , который катится по горизонтальной поверхности с линейной скоростью v ?