

## Работа 1.12

### Проверка теоремы Штейнера — Гюйгенса

**Оборудование:** установка, стержень, диск, секундомер, весы.

**Описание метода и установки.** В соответствии с теоремой Штейнера — Гюйгенса момент инерции тела  $I$  относительно произвольной оси равен сумме момента инерции  $I_0$  относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно данной, и произведения массы тела  $m$  на квадрат расстояния  $d$  между осями:

$$I = I_0 + md^2. \quad (1)$$

Цель работы — экспериментальная проверка теоремы Штейнера — Гюйгенса. Исследуемым телом является цилиндрический стержень  $1$  с резьбовым отверстием посередине (рис. 1.37).

Для определения момента инерции  $I$  используется формула периода колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}. \quad (2)$$

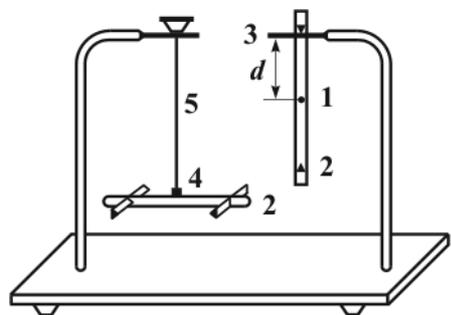


Рис. 1.37

Для этого на стержне установлены две трехгранные призмы  $2$ . На штативе закреплена вилка  $3$  с двумя желобками, в которые помещаются ребра призмы. Ось  $O$  колебаний физического маятника перпендикулярна образующей стержня и проходит через точку подвеса. Определив экспериментально период колебаний маятника из формулы (2), найдем момент инерции:

$$I = \frac{mgdT^2}{4\pi^2}. \quad (3)$$

С другой стороны, момент инерции стержня относительно этой же оси можно найти по теореме Штейнера — Гюйгенса, если известен его момент инерции относительно оси, проходящей через центр инерции,  $I_0$ . Этот момент инерции определяется по формуле периода крутильных колебаний стержня:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{D}}, \quad (4)$$

где  $D$  — постоянная кручения.

Чтобы исключить из формулы (4) величину  $D$ , измеряется период  $T_1$  крутильных колебаний другого тела, подвешенного на той же проволоке и обладающего известным моментом инерции  $I_1$ . На основании формулы (4) получим выражение для нахождения  $I_0$ :

$$I_0 = \frac{I_1 T_0^2}{T_1^2}. \quad (5)$$

В качестве вспомогательного тела в работе используется диск, момент инерции которого относительно оси симметрии, перпендикулярной к его плоскости, определяется формулой:

$$I_1 = \frac{m_d d_d^2}{8}, \quad (6)$$

где  $m_d$  — масса,  $d_d$  — диаметр диска.

Подставляя значение (6) в формулу (5), находим:

$$I_0 = \frac{m_d d_d^2 T_0^2}{8 T_1^2}. \quad (7)$$

Периоды колебаний определяются по времени  $t$  некоторого количества  $n$  полных колебаний  $T = t/n$ .

После соответствующих подстановок получаем окончательные расчетные формулы для моментов инерций  $I$  и  $I_0$ , необходимые для проверки справедливости равенства (1):

$$I = \frac{mgdt^2}{4\pi^2 n^2}, \quad I_0 = \frac{m_d d_d^2 t_0^2 n_1^2}{8 t_1^2 n_0^2}. \quad (8)$$

## Порядок выполнения работы

1. Определите массы стержня и диска взвешиванием на технических весах.
2. Измерьте расстояние  $d$  между гранями призм и центром стержня, а также диаметр диска  $d_d$ .
3. Грань призмы установите в желобки вилки, стержень приведите в колебательное движение. Измерьте секундомером время  $t$  некоторого количества  $n$  полных колебаний.
4. Навинчивая поочередно стержень и диск на винт 4, закрепленный на нижнем конце стальной проволоки 5, измерьте время  $t_0$  и  $t_1$  некоторого количества  $n_0$  и  $n_1$  крутильных колебаний.

У к а з а н и е . Лучше взять  $n_0 = n_1 = 10$ , тогда формула для определения  $I_0$  упрощается.

5. Вычислите значения  $I$ ,  $I' = I_0 + md^2$  и проверьте справедливость равенства (1).
6. Оцените предельные погрешности.
7. Результаты запишите в таблицу:

№ п/п	$d$ , м	$t$ , с	$m$ , кг	$n$	$\bar{I} \pm \Delta I$ , кг·м <sup>2</sup>	$m_d$ , кг	$d_d$ , м	$t_0$ , с	$t_1$ , с	$\bar{I}' \pm \Delta I'$ , кг·м <sup>2</sup>



## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. От чего зависит момент инерции тела? Какую роль он играет во вращательном движении?
2. Как изменяется момент инерции тела, если ось вращения перемещать параллельно самой себе, удаляясь от тела?
3. Как вычислить момент инерции тела относительно произвольной оси?
4. Сформулируйте теорему Штейнера — Гюйгенса.
5. Определите момент инерции стержня массой  $m$  и длиной  $l$  относительно оси, которая проходит на расстоянии  $1/3$  от его конца перпендикулярно стержню.
6. Определите момент инерции диска относительно оси, которая а) перпендикулярна плоскости диска и проходит через его край; б) находится на расстоянии  $R/2$  от центра.
7. Как определяется период колебаний физического маятника?
8. Как определяется период колебаний крутильного маятника?