

Работа 1.14

Изучение гироскопа

Оборудование: гироскоп, секундомер, штангенциркуль.

Введение

Гироскопом называется массивное симметричное тело, вращающееся с большой скоростью относительно оси симметрии. Гироскоп обладает тремя степенями свободы, если закреплен на подставке таким образом, что его центр масс неподвижен, а сам гироскоп может свободно вращаться вокруг любой оси, проходящей через центр масс.

Если суммарный момент внешних сил, действующих на гироскоп, равен нулю, то момент его импульса не изменяется:

$$\vec{L} = I \vec{\omega} = \text{const.}$$

где I_z — момент инерции относительно оси гироскопа, $\vec{\omega}$ — угловая скорость собственного вращения.

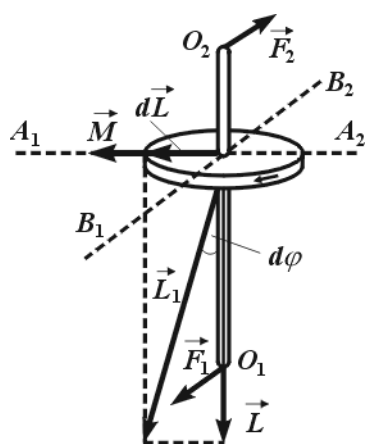


Рис. 1.42

Отсюда следует важное для практического применения свойство гироскопа сохранять направление оси в пространстве.

Если к вращающемуся гироскопу приложить пару сил, стремящуюся повернуть его около оси, перпендикулярной к оси его вращения, то он станет поворачиваться около третьей оси, перпендикулярной к первым двум. Такое противоестественное, на первый взгляд, поведение гироскопа оказывается полностью соответствующим законам динамики вращательного движения.

Рис. 1.42

Пусть на гироскоп, вращающийся в указанном направлении (рис. 1.42), действует пара сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, перпендикулярных к плоскости рисунка и стремящихся повернуть его около оси A_1A_2 . В данном случае момент импульса $\vec{L}$ направлен вниз, а момент $\vec{M}$ пары сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлен вдоль прямой A_1A_2 влево. За время dt момент импульса гироскопа $\vec{L}$ получит приращение $d\vec{L} = \vec{M}dt$, которое имеет такое же направление, как и момент силы $\vec{M}$. Спустя время dt момент импульса гироскопа будет равен результирующей $\vec{L}_1 = \vec{L} + d\vec{L}$, лежащей в плоскости рисунка. Направление $\vec{L}_1$ совпадает с новым направлением гироскопа. Таким образом, ось гироскопа повернется относи-

тельно прямой B_1B_2 на некоторый угол $d\varphi$. Вращение гироскопа под действием момента сил называют *прецессией*.

При кратковременном действии на ось гироскопа даже достаточно большой силы наблюдаются лишь колебания оси (*нутация*).

Описание установки и метода. Изучаемый гироскоп представляет собой массивный диск, насаженный на ось электромотора и вращающийся с большой скоростью (рис. 1.43). Система может быть уравновешена с помощью подвижного груза массой m .

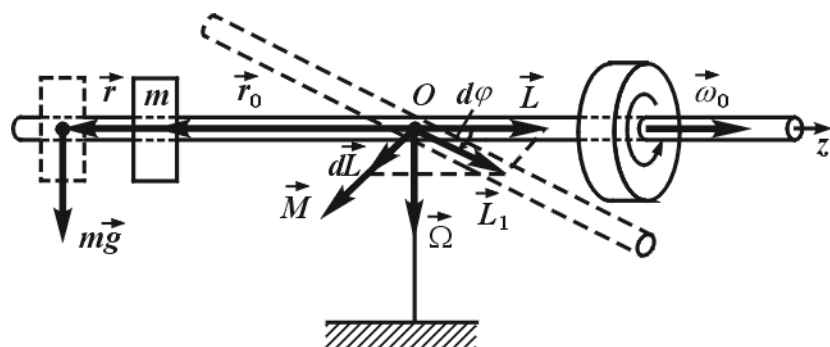


Рис. 1.43

Раскрутим диск до угловой скорости ω в указанном на рисунке направлении вокруг оси OZ , расположенной горизонтально. Момент импульса диска $\vec{L}$ будет направлен вдоль оси вправо. В соответствии с законом сохранения момента импульса, при равенстве нулю мо-

мента внешних сил $\vec{L} = I_z \vec{\omega} = \text{const}$. Переместим груз влево, тогда суммарный момент внешних сил $\vec{M} = [\vec{r} \cdot m\vec{g}]$ окажется отличным от нуля и будет направлен перпендикулярно плоскости чертежа к наблюдателю. Казалось бы, что момент $\vec{M}$ стремится повернуть ось гироскопа в плоскости чертежа против часовой стрелки (это и произошло бы, если бы гироскоп не вращался). Ось же вращающегося гироскопа повернется в горизонтальной плоскости (правый конец — вперед), т. к. в соответствии с законом динамики вращательного движения вектор изменения момента импульса $d\vec{L}$ направлен точно так же, как и $\vec{M}$. Отсюда следует, что ось гироскопа через промежуток времени dt повернется в горизонтальной плоскости на угол $d\varphi$. Но и при новом положении оси вектор $\vec{M}$ снова перпендикулярен к ней, поэтому ось все время будет вращаться в горизонтальной плоскости с угловой скоростью Ω .

Численно угловая скорость прецессии равна:

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1)$$

При малом приращении промежутка времени dt справедливо равенство $dL = Ld\varphi$, из которого

$$d\varphi = \frac{dL}{L}. \quad (2)$$

Подставляя значение (1) в равенство (2) и учитывая, что $dL/dt = M$, получим:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{I_z \omega_0}. \quad (3)$$

При небольших моментах сил изменение момента импульса незначительно, $\Omega \ll \omega$, и можно считать $L = \text{const}$. Таким образом, проверка закона движения гироскопа сводится к доказательству постоянства отношения:

$$\frac{M}{\Omega} = L.$$

Порядок выполнения работы

1. Перемещением груза m уравновесьте гироскоп так, чтобы ось установилась горизонтально.

2. Включите напряжение (50 — 80 В) и, подождав 3 — 4 мин, убедитесь в том, что скорость вращения не меняется. Подкорректируйте равновесие (ось не должна вращаться при равенстве нулю момента внешних сил).

3. Сдвиньте груз m на расстояние r от положения равновесия. В результате к оси будет приложен момент силы $M = mgr$.

4. Поскольку при фиксированном положении груза $M = \text{const}$, а следовательно, и $\Omega = \text{const}$, то угловую скорость прецессии можно определить по времени поворота оси на угол φ : $\Omega = \varphi / t$.

5. Рассчитайте момент импульса по формуле:

$$L = \frac{mgrt}{\varphi}.$$

6. Повторите опыт, перемещая груз в обе стороны от положения равновесия (не менее 2 положений с каждой стороны).

7. Результаты запишите в таблицу:

№ п/п	r , м	φ , град	t , с	$L \pm \Delta L$, кг·м ² /с
-------	---------	------------------	---------	---

8. Оцените предельные погрешности.



КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое вращение тела называют свободным?
2. Какие оси вращения называют свободными? Главными осями инерции? Приведите примеры вращения тел около свободных осей.
3. Дайте определение гироскопа. Какие оси различают у гироскопа?
4. При каком условии характерные оси совпадают?
5. В чем причина прецессии гироскопа? Как связана угловая скорость прецессии с моментом внешних сил?

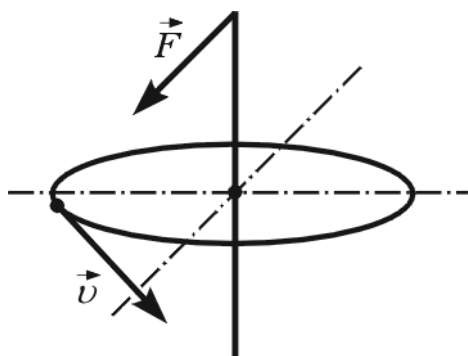


Рис. 1.44

6. Как направлен вектор угловой скорости прецессии $\vec{\Omega}$ (рис. 1.44), когда гироскоп вращается в горизонтальной плоскости (против часовой стрелки, если смотреть сверху), а сила $\vec{F}$ перпендикулярна к плоскости чертежа, и направлена к наблюдателю?

7. В чем заключается гироскопический эффект? Поясните примерами.

8. Приведите примеры практического применения гироскопа.