

Работа 1.15

Изучение трения качения при помощи наклонного маятника

Оборудование: наклонный маятник, штангенциркуль.

Введение

При качении без скольжения одного тела по поверхности другого (при этом относительная скорость соприкасающихся точек равна нулю) возникает сила, препятствующая движению — сила трения качения.

Кулон опытным путем установил, что *сила трения качения* определяется формулой:

$$F = \frac{\mu N}{R},$$

где N — сила нормального давления, R — радиус катящегося цилиндра, μ — коэффициент трения качения.

Коэффициент трения качения не зависит от скорости качения и радиуса цилиндра, но зависит от материала и состояния поверхности соприкасающихся тел (μ уменьшается с увеличением твердости материала и чистоты обработки поверхности). Как видно из формулы, коэффициент трения качения имеет размерность длины. При качении дерева по дереву μ изменяется в пределах от 0,3 до 0,8 мм, стали по стали — от 0,005 до 0,05 мм.

Возникновение сил трения качения обусловлено тем, что при качении по плоской поверхности цилиндра или шара возникают неупругие деформации. Для упрощения рассуждений будем считать, что деформируется только плоскость.

Если цилиндр неподвижен, то силы упругости, действующие на каждый малый его элемент со стороны плоскости, будут симметричны относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось цилиндра (рис. 1.45, а). Результирующая сила реакции опоры $\vec{N}$ проходит через ось цилиндра и уравнивает силу тяжести.

При качении цилиндра деформация плоскости становится несимметричной (рис. 1.45, б).

Равнодействующая всех элементарных сил реакции плоскости $\vec{N}$ оказывается наклоненной к поверхности качения и проходит впереди оси цилиндра, как показано на рисунке. Момент силы при этом препятствует движению, а точка B приложения силы $\vec{N}$ смещается в сторону движения на некоторое расстояние l , равное коэффициенту момента силы трения качения.

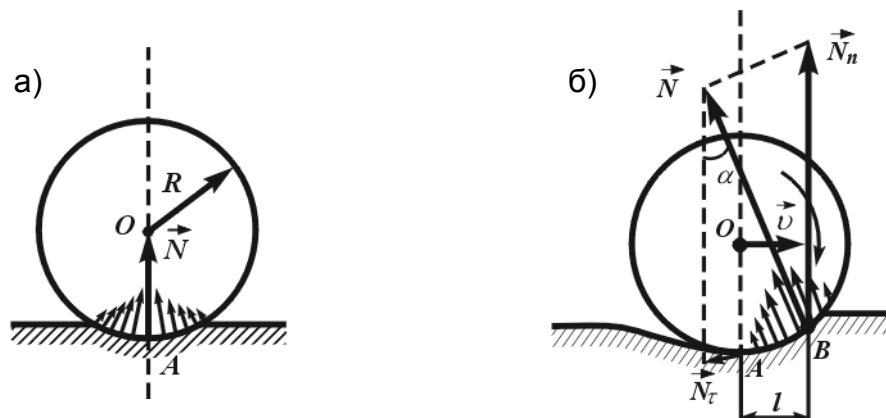


Рис. 1.45

Угол α обычно мал, поэтому нормальную составляющую $\vec{N}_n$ силы реакции плоскости можно приближенно принять равной силе реакции ($\vec{N}_n \approx \vec{N}$). Составляющая $\vec{N}_t$ направлена почти по касательной к цилиндру и препятствует его движению. Ее и называют силой трения качения.

Описание метода и установки. Коэффициент трения качения определяется в данной работе методом наклонного маятника по уменьшению амплитуды колебаний шара на наклонной плоскости.

Закон убывания амплитуды определяется характером силы, вызывающей затухание. Сила трения качения в довольно больших пределах не зависит от скорости, поэтому можно считать, что амплитуда убывает по арифметической прогрессии. Рабочую формулу для определения μ выводят на основе закона сохранения энергии: уменьшение энергии маятника ΔE равно работе A , расходуемой на преодоление силы трения качения (если пренебречь другими потерями энергии).

Пусть E_0 и E — потенциальная энергия маятника в крайних положениях, отстоящих друг от друга на n простых колебаний, h_0 и h — высоты центра масс в этих положениях относительно положения равновесия (рис. 1.46). Тогда:

$$\Delta E = E_0 - E_n = mg(h_0 - h_n).$$

Как видно из рисунка,

$$h_0 - h_n = (l \cos \varphi_n - l \cos \varphi_0) \sin \beta,$$

где φ_0 и φ_n — углы отклонения маятника от равновесия в соответствующих положениях, β — угол наклона плоскости колебаний. Отсюда:

$$\Delta E = mgl(\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) \sin \beta.$$

Работа силы трения равна произведению силы на пройденный телом путь за n простых колебаний:

$$A = F_{\text{тр}} S.$$

Путь S равен сумме амплитуд всех колебаний. Для удобства расчета при суммировании амплитуд по формуле арифметической прогрессии берется нечетное число простых колебаний (начальное и конечное положения маятника будут по разные стороны от положения равновесия):

$$S = a_0 + 2a_1 + 2a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n = n(a_0 + a_n).$$

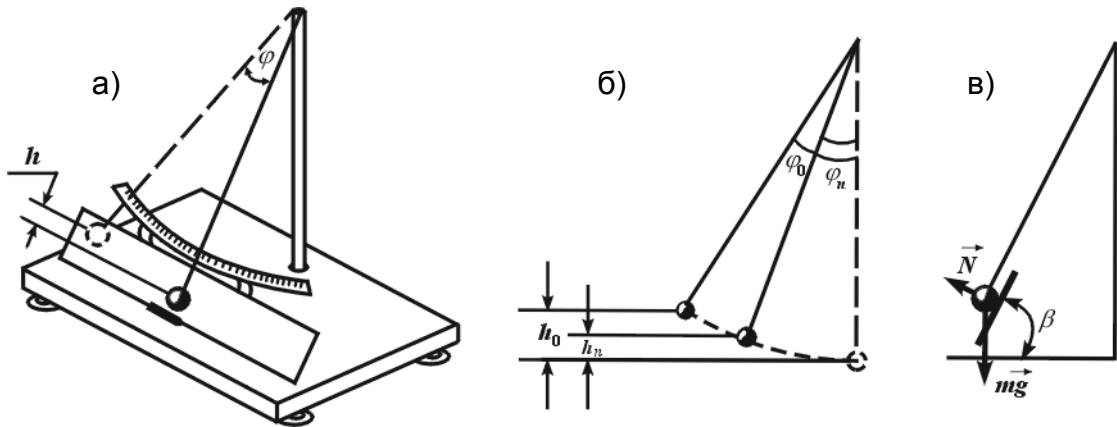


Рис. 1.46

Выразив амплитуду через длину маятника l и соответствующие углы отклонения от положения равновесия φ , получим:

$$S = nl(\varphi_0 + \varphi_n).$$

Тогда работа по преодолению сил трения $A = F_{\text{тр}}nl(\varphi_0 + \varphi_n)$. Так как $N = mg \cos \beta$, то $A = \mu mg \cos \beta nl(\varphi_0 + \varphi_n)/R$.

Применив закон сохранения энергии ($\Delta E = A$) и разрешив полученное уравнение относительно μ , получим:

$$\mu = \frac{(\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) \operatorname{tg} \beta}{n(\varphi_0 + \varphi_n)} R,$$

где φ_0 и φ_n в знаменателе выражены в радианах. По шкале же они отсчитываются в градусах, поэтому в рабочую формулу необходимо ввести переводной коэффициент. Кроме того, обычно измеряют диаметр колеблющегося шара, а не радиус. С учетом этих обстоятельств получаем рабочую формулу для определения коэффициента трения качения в следующем виде:

$$\mu = 28,6 \frac{(\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) \operatorname{tg} \beta}{n(\varphi_0 + \varphi_n)} D.$$

Прибор смонтирован на плите, имеющей три опорных винта. Наклонная плоскость, по которой катится шар, вставляется в специальный держатель, жестко связанный с подвижным сектором. На этом секторе укреплен кронштейн для подвеса маятника. При помощи ролика, прижимаемого к сектору пружиной, можно плавно менять угол наклона плоскости и кронштейна.

На подвижном секторе нанесена шкала, по которой устанавливается угол наклона плоскости. На кронштейне смонтирована другая шкала для измерения угла отклонения маятника от положения равновесия. Цена деления обеих шкал равна одному градусу.

Порядок выполнения работы

1. Установите маятник вертикально. Для этого сначала поставьте кронштейн при помощи ролика так, чтобы шар отделился от плоскости, а затем, медленно вращая ролик, приведите шар в соприкосновение с плоскостью. При помощи опорных винтов плиты добейтесь, чтобы нить маятника оказалась против нулевого штриха кронштейна. После окончательной установки маятника в вертикальном положении запишите показания шкалы сектора α_0 .

2. Отклоните плоскость от вертикального положения так, чтобы она составляла с горизонтом угол $\beta = (40 \div 80)^\circ$.

3. При выбранном наклоне плоскости отведите маятник от положения равновесия на угол $5 - 10^\circ$ по шкале кронштейна (φ_0) и без толчка отпустите. Измерьте угол отклонения маятника после нечетного числа n простых колебаний ($n > 20$).

4. Прodelайте опыт не менее трех раз при заданном наклоне плоскости и рассчитайте μ .

5. Погрешность измерений оцените по формуле:

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{2\Delta \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\sin \varphi_n \Delta \varphi_n + \sin \varphi_0 \Delta \varphi_0}{\cos \varphi_n - \cos \varphi_0} + \frac{\Delta \varphi_n + \Delta \varphi_0}{\varphi_n + \varphi_0} + \frac{\Delta D}{D}.$$

У к а з а н и е . Погрешности измерения углов $\Delta \varphi = \Delta \beta = 0,5^\circ = 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад. При угле наклона $\beta \geq 30^\circ$ и отклонении шара $\varphi \leq 15^\circ$ получим:

$$\Delta \mu / \mu \leq 10 \ \%.$$

Поэтому будем считать, что $\Delta \mu \approx 0,1\bar{\mu}$.

6. Повторите опыт для другого материала плоскости.

7. Результаты запишите в таблицу:

№ п/п	$\beta, ^\circ$	$\varphi_0, ^\circ$	$\varphi_n, ^\circ$	n	$D, \text{ мм}$	$\bar{\mu} \pm \Delta \mu, \text{ мм}$
-------	-----------------	---------------------	---------------------	-----	-----------------	--

ЗАДАНИЕ ДЛЯ УИР

Прodelайте опыты, изменяя угол наклона плоскости и радиус шара. Сделайте вывод о полученных зависимостях коэффициента трения качения.



КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое трение называют сухим, какое — вязким?
2. Каковы физические причины возникновения сил трения?
3. В чем различие механизмов образования сил трения покоя и сил трения скольжения. Поясните примерами.
4. Объясните роль максимальной силы трения покоя при ускорении движения автомобиля и при его торможении.

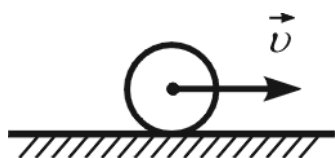


Рис. 1.47

5. Почему сила трения скольжения при очень хорошем качестве обработки поверхностей увеличивается?
6. Какие силы действуют на брусок, равномерно скользящий по наклонной плоскости? Скользящий с ускорением?
7. Как зависят силы сухого и вязкого трения от скорости движения?
8. Диск катится вправо (рис. 1.47). Как направлен момент силы трения качения?
9. Как объяснить возникновение силы трения качения? Какую роль здесь играют пластичность тел и явление упругого последействия?
10. Каков физический смысл коэффициента трения качения μ ? От каких факторов он зависит?