

Работа 1.20

Определение модуля сдвига из кручения

Оборудование: крутильный маятник, грузы, секундомер, линейка, микрометр, весы.

Введение

Сдвигом называют такую деформацию твердого тела, при которой все его слои, параллельные некоторой плоскости, называемой *плоскостью сдвига*, смещаются параллельно друг другу (рис. 1.57, а).

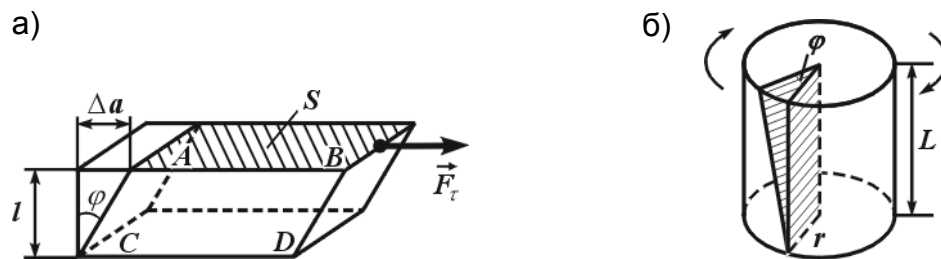


Рис. 1.57

Если действие силы F будет равномерно распределено по всей поверхности грани AB (грань CD , параллельная AB , закреплена неподвижно), то в любом сечении, параллельном этим граням, возникает *тангенциальное напряжение* $\sigma_\tau = \frac{F_\tau}{S}$.

При деформации любая прямая, первоначально перпендикулярная к горизонтальным слоям, повернется на некоторый угол φ . Следовательно, отношение сдвига Δa двух произвольно взятых слоев к расстоянию между ними l будет одинаково для любой пары слоев:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\Delta a}{l} = \operatorname{tg} \varphi. \quad (1)$$

Величину ε_φ называют *относительным сдвигом*.

В соответствии с законом Гука, относительный сдвиг пропорционален тангенциальному напряжению:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{F_\tau}{GS} = \frac{\sigma_\tau}{G} \quad \text{или} \quad \sigma_\tau = G\varepsilon_\varphi = G \operatorname{tg} \varphi \approx G\varphi.$$

В силу малости угла φ можно положить, что $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$. Откуда $\varphi = \sigma_\tau / G$.

Коэффициент G зависит только от свойств материала и называется *модулем сдвига*. Он численно равен тангенциальному напряжению при относительном сдвиге, равном единице:

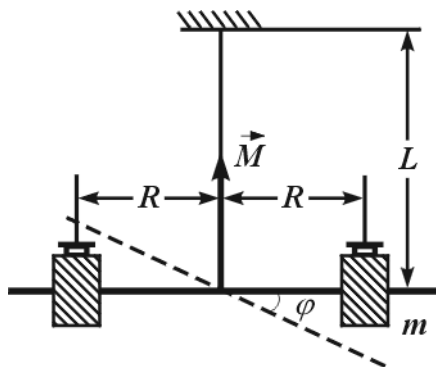


Рис. 1.58

$$G = \frac{\sigma_{\tau}}{\varepsilon_{\varphi}}.$$

При закручивании проволоки каждый ее радиус поворачивается относительно продольной оси (рис. 1.57, б). Такая деформация называется *кручением*. В соответствии с законом Гука, угол закручивания прямо пропорционален моменту действующих сил:

$$\varphi = \frac{M}{D}.$$

Коэффициент пропорциональности D зависит от размеров и материала проволоки и называется *постоянной кручения*. Она численно равна моменту силы, которую необходимо приложить, чтобы угол закручивания был равен одному радиану.

Описание метода и установки. Экспериментально модуль сдвига можно определить через постоянную кручения:

$$G = \frac{2LD}{\pi r^4}, \quad (1)$$

где L — длина, r — радиус цилиндрической проволоки.

В свою очередь D можно определить по периоду колебаний крутильного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}, \quad (2)$$

где I — момент инерции маятника относительно оси вращения.

Крутильный маятник представляет собой подвешенный на упругой вертикальной проволоке стержень, по которому можно перемещать цилиндрические грузы для изменения момента инерции (рис. 1.58).

Применив формулу (2) для двух различных положений грузов на стержне, после соответствующих преобразований найдем постоянную кручения:

$$D = \frac{4\pi^2(I_1 - I_2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (3)$$

где T_1 и T_2 — периоды крутильных колебаний, соответствующие моментам инерции I_1 и I_2 .

С помощью теоремы Штейнера — Гюйгенса определим I_1 и I_2 :

$$I_1 = I_0 + 2i_0 + 2mR_1^2,$$

$$I_2 = I_0 + 2i_0 + 2mR_2^2,$$

где I_0 — момент инерции маятника без грузов; i_0 — момент инерции груза относительно оси, которая проходит через его центр инерции; $i_0 + mR_1^2$ — момент инерции груза, удаленного на расстояние R_1 от оси кручения.

После подстановки значений I_1 и I_2 в формулу (3) получим:

$$D = \frac{8\pi^2 m(R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}.$$

Отсюда на основании соотношения (1) определим модуль сдвига:

$$G = \frac{16\pi mL(R_1^2 - R_2^2)}{r^4(T_1^2 - T_2^2)}. \quad (4)$$

Порядок выполнения работы

1. На концах стержня расположите симметрично два одинаковых цилиндрических груза массами m . Измерьте расстояние R_1 между осью маятника и центрами масс грузов.

2. Сообщите системе крутильные колебания.

3. С помощью секундомера измерьте время t_1 , за которое совершается n_1 полных колебаний. Вычислите период $T_1 = t_1/n_1$.

4. Расположите оба груза симметрично на расстоянии $R_2 < R_1$ от оси маятника. Измерьте R_2 .

5. По времени t_2 определите период $T_2 = t_2/n_2$.

6. Измерьте длину L и радиус r проволоки. Измерения радиуса необходимо произвести несколько раз в разных местах, а затем взять среднее арифметическое из трех-пяти измерений.

7. Вычислите модуль сдвига G проволоки по формуле (4).

8. Оцените предельную погрешность по формуле:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{R_1 \Delta R_1 + R_2 \Delta R_2}{R_1^2 - R_2^2} + \frac{4 \Delta r}{r} + 2 \frac{T_1 \Delta T_1 + T_2 \Delta T_2}{T_1^2 - T_2^2}.$$

9. Результаты запишите в таблицу:

№ п/п	L , м	r , мм	R_1 , м	t_1 , с	n_1	T_1 , с	R_2 , м	t_2 , с	n_2	T_2 , с	$\bar{G} \pm \Delta G$, ГПа
----------	---------	----------	-----------	-----------	-------	-----------	-----------	-----------	-------	-----------	---------------------------------



КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите виды деформаций и признаки, по которым их различают.

2.Какими абсолютными и относительными величинами характеризуется деформация сдвига и какими силами она вызывается?

3.Каков физический смысл модуля сдвига и постоянной кручения? От чего они зависят?

4.В чем заключается сходство и различие между деформациями сдвига и кручения?

5.Можно ли подвергнуть тело усилию, численно равному G ?

6.Как изменится период крутильных колебаний маятника, если грузы приблизить к оси вращения? Увеличить их массу в два раза? Увеличить в два раза длину проволоки? Увеличить в два раза ее радиус?

7.Как могут располагаться грузы на стержне, если их считать цилиндрами? Материальными точками?

8.Объясните формулу для момента инерции маятника

$$I_1 = I_0 + 2i_0 + 2mR_1^2 .$$