Лекция №17 Движение в неинерциальных системах отсчета (НИСО). Силы инерции в неинерциальной системе отсчета, движущейся равномерно прямолинейно. Равномерно вращающаяся НИСО. Зависимость силы тяжести тела от географической широты места.

Л-1: 5.2-5.3; Л-2: с.195-204; Л-3: §§ 63-66

Системы отсчета, движущиеся с ускорением относительно одной из инерциальных систем, называются *неинерциальными*. Рассмотрим, как отличается движение тел относительно инерциальной и неинерциальной систем отсчета (НИСО).

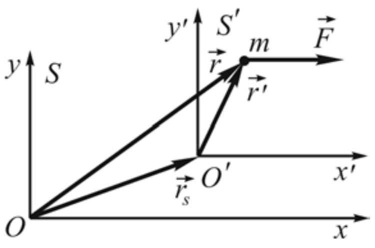

Рис. 17.

Возьмем две системы отсчета: инерциальную S с началом координат в точке O и неинерциальную S', движущуюся прямолинейно с ускорением $\vec{a}_s$ (рис. 17.1). Выберем произвольную материальную точку массой m и определим ее положение в каждой из систем отсчета при помощи радиусов-векторов $\vec{r}$ и $\vec{r}\,'$. Обозначим радиусом-вектором $\vec{r}_s$ положение начала координат O' системы отсчета S' относительно системы S. Тогда в каждый момент времени векторы $\vec{r}$, $\vec{r}\,'$ и $\vec{r}_s$ связаны соотношением

$$\vec{r} = \vec{r}_s + \vec{r}\,'.$$

Дважды продифференцировав это соотношение по времени, получим

$$\vec{a} = \vec{a}_s + \vec{a}\,',$$

где в соответствии с принятой терминологией $\vec{a}_s$ – переносное ускорение системы отсчета S'; $\vec{a}\,'$ – относительное ускорение материальной точки; $\vec{a}$ – абсолютное ускорение материальной точки. Этот результат, полученный нами для прямолинейного переносного движения, справедлив также при всяком поступательном переносном движении, поскольку так же, как и при прямолинейном, все точки движущейся системы отсчета имеют по отношению к инерциальной одни и те же скорости и ускорения. Поэтому к относительному ускорению рассматриваемой точки прибавляется одно и то же ускорение переносного движения.

Как известно, уравнение движения материальной точки относительно инерциальной системы имеет вид:

$$m\vec{a} = \vec{F} \,,$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на материальную точку. Подставив найденное ранее значение $\vec{a}$ в это уравнение, получим:

$$m\left(\vec{a}_s + \vec{a}'\right) = \vec{F} \,,$$

откуда

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_s \,.$$

Полученное уравнение представляет собой аналитическую форму записи второго закона Ньютона в неинерциальной системе отсчета. Второй закон Ньютона в той форме, в которой он справедлив для инерциальных систем, неприменим в случае неинерциальных систем отсчета. В число сил, действующих на тело, входит взятое с противоположным знаком произведение массы тела и ускорения системы. Силы, учитывающие ускоренное движение системы отсчета, носят название *сил инерции*

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_s \,.$$

Тогда

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_u \,.$$

Силы инерции возникают за счет ускоренного движения системы отсчета, а не в результате взаимодействия тел. При переходе к другой неинерциальной системе отсчета изменяются и силы инерции. Этим силы инерции отличаются от сил, возникающих при взаимодействии тел. Нужно подчеркнуть принципиальное отличие сил инерции от остальных сил, определяющих взаимодействие тел. Это отличие заключается в том, что силы инерции не имеют противодействующей силы. Нельзя назвать тело, со стороны которого приложена сила инерции. Возникновение сил инерции – также результат передачи изменения движения, но не данному телу, а телам отсчета, относительно которых изучается движение. Сила инерции пропорциональна массе тела, т.е. она является массовой силой.

Поскольку силы инерции, как и гравитационные, пропорциональны массе тела, то в поле сил инерции, как и в гравитационном поле, все тела движутся с одинаковым ускорением. Поэтому наблюдатель, который находится в неинерциальной системе отсчета, не может отличить силы инерции от гравитационных сил. Другими словами ускоренное движение системы отсчета эквивалентно (по своему действию на тело) возникновению соответствующих сил тяготения. В этом состоит суть *принципа эквивалентности сил тяготения и инерции* (принцип эквивалентности Эйнштейна). Этот принцип лежит в основе общей теории относительности.

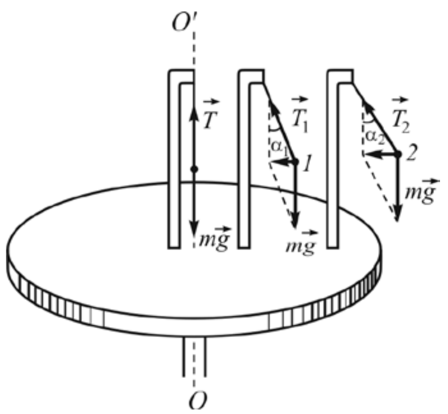

Рис. 17.2

Рассмотрим систему отсчета, вращающуюся в инерциальной системе отсчета вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью. Очевидно, что такая система будет неинерциальной по той причине, что каждая ее точка движется с некоторым центростремительным ускорением. Проследим за движением математических маятников, закрепленных на разных расстояниях от оси вращения горизонтальной платформы, вращающейся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ (рис. 17.2).

При вращении платформы отвесы маятников отклоняются от вертикали, причем углы отклонения отвесов будут тем большие, чем дальше от центра диска находятся маятники. Отвес, находящийся на оси вращения, вовсе не испытывает отклонение. Рассмотрим возникшие отклонения отвесов маятников относительно наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчета (в лаборатории), и относительно наблюдателя, находящегося в неинерциальной вращающейся системе (на платформе). В неподвижной системе отсчета на маятник действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$, равнодействующая которых сообщает маятнику центростремительное ускорение ($\vec{a}_ц = -\omega^2\vec{r}$)

$$m\vec{g} + \vec{T} = -m\omega^2\vec{r}.$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от оси вращения маятника.

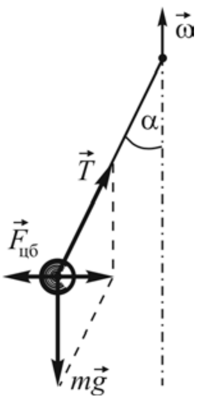

Рис. 17.3

Относительно наблюдателя, находящегося в неинерциальной вращающейся системе отсчета, отвесы покоятся, а это означает, что сумма всех сил, действующих на массу маятника m, должна быть равна нулю. Таким образом, этот наблюдатель должен сделать вывод, что на каждый маятник действует сила, которая уравновешивает действие сил со стороны Земли и нити, т.е. сила, направленная от центра платформы. Этой силой и является *центробежная сила инерции* $\vec{F}_{цб}$ (рис. 17.3).

Запишем уравнение движения маятника в подвижной системе отсчета

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_{цб} = 0.$$

Сравнивая это выражение с предыдущим, видим, что центробежная сила инерции

$$\vec{F}_{цб} = m\omega^2\vec{r}.$$

Величина центробежной силы инерции, действующей на тела во вращающихся системах отсчета, зависит только от угловой скорости вращения системы отсчета ω и от расстояния r до оси вращения, но не зависит от скорости тел относительно вращающихся систем отсчета. Иными словами, центробежная сила инерции действует во вращающихся системах отсчета на все без исключения материальные тела независимо от того, покоятся ли они в этих системах или движутся с некоторой относительной скоростью.

Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная, поскольку Земля совершает суточное вращение вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 2\pi/86164 = 7,27 \cdot 10^{-5}$ рад/с. Поэтому при рассмотрении различных механических процессов, происходящих на поверхности Земли, следует принимать во внимание центробежные силы инерции, возникающие в результате суточного вращения Земли. Эти силы невелики, поэтому во многих случаях ими можно пренебречь и приближенно Землю считать инерциальной системой отсчета. Однако в ряде случаев, при строгом рассмотрении некоторых вопросов, как будет показано ниже, суточным вращением Земли пренебрегать нельзя.

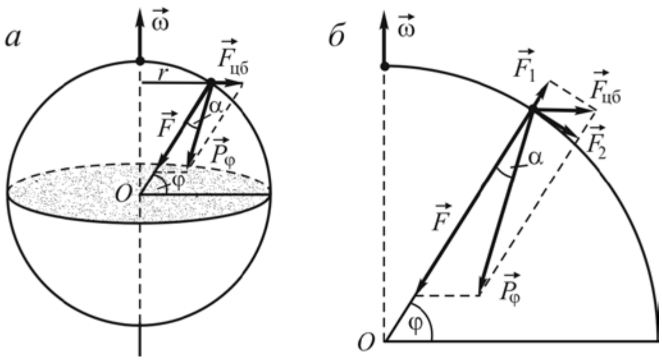

Рис. 17.4

Пусть на поверхности Земли на географической широте φ находится тело массой m. Наблюдаемое относительно Земли ускорение свободного падения тела будет обусловлено действием двух сил (рис. 17.4, *а*): силы гравитационного притяжения со стороны Земли $\vec{F}$ и центробежной силы инерции $\vec{F}_{цб}$. Равнодействующая этих сил получила название *силы тяжести* $\vec{P}_\varphi$:

$$\vec{P}_\varphi = \vec{F} + \vec{F}_{цб}.$$

Для упрощения будем считать, что Земля имеет сферическую симметрию (по форме и по плотности). Ограничимся здесь случаем, когда высота тела над поверхностью Земли невелика ($h << R_З$). Тогда сила гравитационного притяжения направлена к центру Земли и равна

$$F = G\frac{mM}{R_З^2},$$

где G – гравитационная постоянная; M – масса Земли; $R_З$ – радиус Земли.

Центробежная сила инерции направлена по радиусу r от оси вращения и равна

$$F_{цб} = m\omega^2 R_З \cos\varphi.$$

Из треугольника, образованного векторами $\vec{F}$, $\vec{F}_{цб}$ и $\vec{P}_\varphi$, определим модуль вектора силы тяжести

$$P_\varphi = \sqrt{F^2 + F_{цб}^2 - 2FF_{цб}\cos\varphi}\,.$$

Таким образом, сила тяжести зависит от положения тела на Земле. Легко заметить, что на полюсах ($\varphi = \pi/2$) сила тяжести наибольшая и равна силе гравитационного притяжения $P_п = G\dfrac{mM}{R_З^2}$, а на экваторе ($\varphi = 0$) она наименьшая и равна разности гравитационной силы и центробежной силы инерции $P_э = F - F_{цб}$.

Движение тела под действием одной только силы тяжести P_φ называется *свободным падением*, а ускорение g_φ, приобретаемое телом при этом, называется *ускорением свободного падения*. По второму закону Ньютона

$$g_\varphi = \frac{P_\varphi}{m}.$$

Для получения зависимости ускорения свободного падения от географической широты разложим центробежную силу инерции на две составляющие: одну в направлении вертикали $F_1 = F_{цб}\cos\varphi = m\omega^2 R_З\cos^2\varphi$; вторую в горизонтальном направлении $F_2 = m\omega^2 R_З\cos\varphi\sin\varphi = \dfrac{1}{2}m\omega^2 R_З\sin 2\varphi$ (рис. 17.4, *б*).

Как видно из рисунка, приближенно можно считать, что составляющая F_1 оказывает влияние только на величину силы тяжести, а составляющая F_2 на ее направление. Если не учитывать вращение Земли, то

$$F = mg_0 = G\frac{mM}{R_З^2},$$

где g_0 – величина ускорения свободного падения на неподвижной Земле. Очевидно, что для полюсов последнее соотношение выполняется строго и с учетом вращения Земли.

В результате получаем, что зависимость ускорения свободного падения от географической широты принимает вид

$$g_\varphi = g_0 - \omega^2 R_З \cos^2\varphi = g_0 - 0{,}034\cos^2\varphi .$$

Центробежную силу инерции, направленную перпендикулярно от оси вращения, испытывает каждая частица Земли. Совокупность всех этих сил создает упругую деформацию Земли. По этой причине Земля не имеет строго сферической формы, а весьма близка к эллипсоиду вращения, ее полярный радиус $R_З^п = 6357$ км, а экваториальный $R_З^э = 6378$ км. Из-за сплюснутости Земли сила тяжести сама по себе изменяется с широтой, будучи на полюсах на 0,2 % больше, чем на экваторе. В результате зависимость $g(\varphi)$ еще больше, чем вычисленная по приведенной формуле. С учетом экспериментальных исследований установлена следующая зависимость ускорения свободного падения от географической широты:

$$g_\varphi = \left(9{,}832 - 0{,}052\cos^2\varphi\right) \text{ м/с}^2.$$

Расчет ускорения свободного падения по этой формуле для широты $\varphi = 45^o$ дает результат: $g = 9{,}806$ м/с^2.

Ускорение свободного падения меняется с изменением широты от 9,780 м/с^2 на экваторе до 9,832 м/с^2 на полюсах. На широте 45° ускорение свободного падения $g_0 = 9{,}81$ м/с^2 принято в качестве нормального (стандартного) значения. Ускорение свободного падения не зависит от массы, размеров и других характеристик тела, поэтому все тела в безвоздушном пространстве падают с одинаковым ускорением. В данной точке земной поверхности ускорение свободного падения является величиной постоянной, а зависит от широты места, высоты над уровнем моря и плотности геологических пород, залегающих в данном месте земной коры.

Направление вектора силы тяжести, как видно из рис. 17.4, не совпадает с направлением к центру Земли. Угол α между векторами $\vec{P}_\varphi$ и $\vec{F}$ можно оценить, воспользовавшись теоремой синусов:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi} = \frac{F_{цб}}{P_\varphi} = \frac{\omega^2 R_З \cos\varphi}{g} \approx 0,0034\cos\varphi \cdot$$

Откуда $\sin\alpha \approx 0,0034\cos\varphi\sin\varphi \approx 0,0017\sin 2\varphi$. Синус малого угла можно приближенно заменить значением самого угла: $\alpha \approx 0,0017\sin 2\varphi$.

Таким образом, в зависимости от географической широты φ угол α изменяется в пределах от нуля (на экваторе, где $\varphi = 0$, и на полюсах, где $\varphi = 90^o$) до 0,0017 рад или $6'$ (на широте $\varphi = 45^o$).

Направление P_φ совпадает с направлением нити, натянутой грузом, которое называется *направлением отвеса*. Как видно, нить отвеса направлена к центру Земли только на полюсах и на экваторе.

Зависимость ускорения свободного падения от высоты над поверхностью Земли выражается формулой

$$g = g_0\left(\frac{R_З}{R_З + h}\right)^2,$$

где g и g_0 – ускорения свободного падения соответственно на высоте h и на поверхности Земли.

Поскольку, как правило, высота h всегда очень мала по сравнению с радиусом земного шара, то приближенно

$$g \approx g_0\frac{1}{1 + 2h/R_З} \approx g_0\left(1 - 2h/R_З\right),$$

т.е. на высоте 1 км ускорение свободного падения уменьшается приблизительно на 0,03 %.